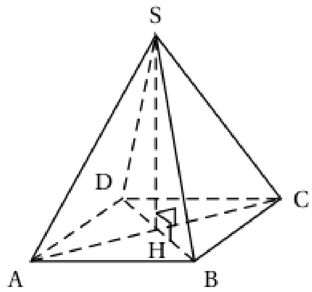
Exercice 1



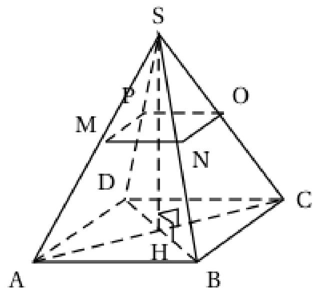
Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré $ABCD$ telle que son volume V est égal à $108\ cm^3$.
Sa hauteur $[SH]$ mesure $9\ cm$.
Le volume d'une pyramide est donné par la relation :
Volume d'une pyramide $= \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.

1) Vérifier que l'aire de $ABCD$ est bien $36\ cm^2$.
En déduire la valeur de AB.
Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2}\ cm$.

2) $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$.
On obtient alors la pyramide $SMNOP$ telle que l'aire du carré $MNOP$ soit égale à $4\ cm^2$.

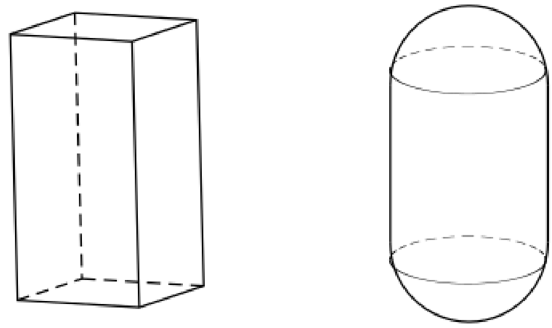
a) Calculer le volume de la pyramide $SMNOP$.

b) **Pour cette question toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.**
Elise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.
Êtes-vous d'accord avec elle ?



Exercice 2

Sur un parking, une commune veut regrouper 6 conteneurs à déchets du même modèle A ou B. Les deux modèles sont fabriqués dans le même matériau qui a partout la même épaisseur.



- le conteneur A est un pavé droit à base carrée de côté $1\ m$, et de hauteur $2\ m$;
- le conteneur B est constitué de deux demi-sphères de rayon $0,58\ m$ et d'un cylindre de même rayon et de hauteur $1,15\ m$.

1) **a)** Vérifie que les 2 conteneurs ont pratiquement le même volume.

b) Quels peuvent être les avantages du conteneur A ?

2) On souhaite savoir quel est le conteneur le plus économique à fabriquer.

a) Calcule l'aire totale des 6 faces du conteneur A.

b) Vérifie que, pour le conteneur B, l'aire totale, arrondie à $0,1\ m^2$ près, est $8,4\ m^2$.

c) Quel est le conteneur le plus économique à fabriquer ? Justifie ta réponse.

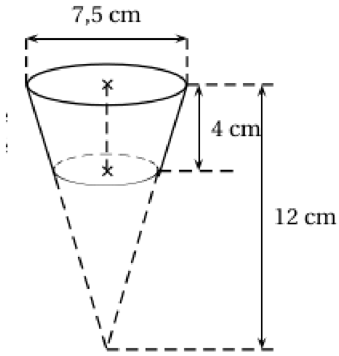
Formulaire :
b = base ; c = côté ; L = longueur ; l = largeur ; h = hauteur ; r = rayon

Aire d'un rectangle	Aire d'un carré	Aire d'un triangle
$L \times l$	$c \times c$	$\frac{bxh}{2}$
Aire d'un disque	Aire latérale d'un cylindre	Aire d'une sphère
πr^2	$2\pi rh$	$4\pi r^2$
Volume d'un pavé droit	Volume d'un cylindre	Volume d'une sphère
$L \times l \times h$	$\pi r^2 \times h$	$\frac{4}{3}\pi r^3$

Exercice 3

Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Un moule à muffins(2) est constitué de 9 cavités.
Toutes les cavités sont identiques.
Chaque cavité a la forme d'un tronc de cône (cône coupé par un plan parallèle à sa base) représenté ci-contre.
Les dimensions sont indiquées sur la figure.
(2) un muffin est une pâtisserie



Rappels :	Volume d'un cône de rayon de base r et de hauteur h :
	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
	1 L = 1 dm^3

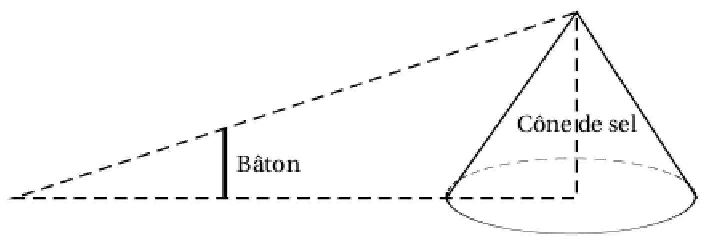
1) Montrer que le volume d'une cavité est d'environ $125\ cm^3$.

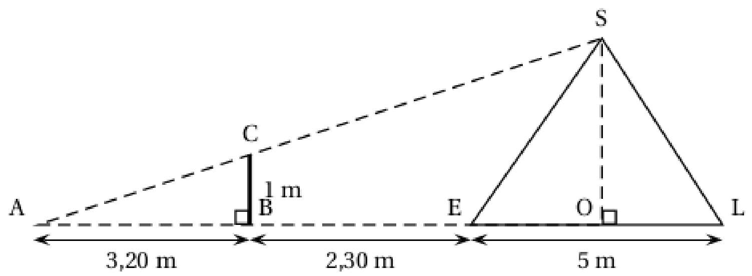
2) Léa a préparé 1 litre de pâte. Elle veut remplir chaque cavité du moule au $\frac{3}{4}$ de son volume.
A-t-elle suffisamment de pâte pour les 9 cavités du moule ? Justifier la réponse.

Exercice 4

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1) **a)** Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :





Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à $2,50$ mètres.

Dans cette question, on n'attend pas de démonstration rédigée. Il suffit d'expliquer brièvement le raisonnement suivi et de présenter clairement les calculs.

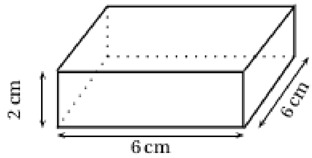
b) À l'aide de la formule $\text{V}_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$, déterminer en m^3 le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m^3 près.

2) Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume $1\,000$ m^3. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 mètres. Quel rayon faut-il prévoir au minimum pour la base ? Arrondir le résultat au décimètre près.

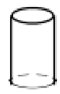
Exercice 5

Flora fait des bracelets avec de la pâte à modeler. Ils sont tous constitués de 8 perles rondes et de 4 perles longues.

Cette pâte à modeler s'achète par blocs qui ont tous la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont précisées ci-contre.
La pâte peut se pétrir à volonté et durcit ensuite à la cuisson.



Information sur les perles :

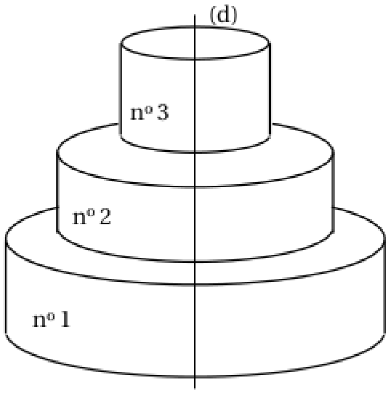
Une perle ronde	Une perle longue
	
Boule de diamètre 8mm	Cylindre de hauteur 16 mm et de diamètre 8 mm

Flora achète deux blocs de pâte à modeler : un bloc de pâte à modeler bleue pour faire les perles rondes et un bloc de pâte à modeler blanche pour faire les perles longues.
Combien de bracelets peut-elle ainsi espérer réaliser ?

On rappelle les formules suivantes :
Volume d'un cylindre : $V = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
Volume d'une sphère : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$

Exercice 6

Heiata et Hiro ont choisi comme gâteau de mariage une pièce montée composée de 3 gâteaux cylindriques superposés, tous centrés sur l'axe (d) comme l'indique la figure ci-dessous :



La figure n'est pas à l'échelle

- Les trois gâteaux cylindriques sont de même hauteur : $10\ cm$.
- Le plus grand gâteau cylindrique, le n° 1, a pour rayon $30\ cm$.
- Le rayon du gâteau n° 2 est égal au $\frac{2}{3}$ de celui du gâteau n° 1.
- Le rayon du gâteau n° 3 est égal au $\frac{3}{4}$ de celui du gâteau n° 2.

1) Montrer que le rayon du gâteau n° 2 est de 20 cm.

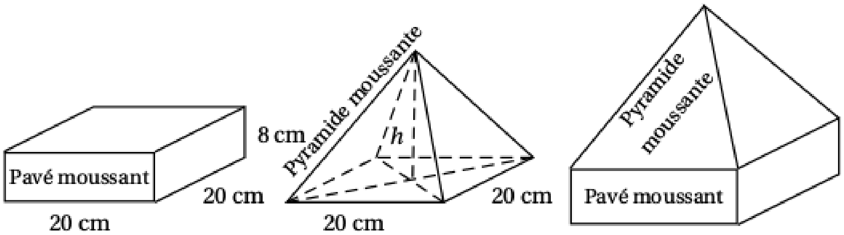
2) Calculer le rayon du gâteau n° 3.

3) Montrer que le volume total **exact** de la pièce montée est égal à $15\,250\pi$ cm^3.
Rappel : le volume V d'un cylindre de rayon R et de hauteur h est donné par la formule $V = \pi \times R^2 \times h$.

4) Quelle fraction du volume total représente le volume du gâteau n° 2 ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 7

Un vendeur de bain moussant souhaite faire des coffrets pour les fêtes de fin d'année.
En plus du traditionnel ≪ pavé moussant ≫, il veut positionner par dessus une ≪ pyramide moussante ≫ qui ait le même volume que le pavé.
Les schémas suivants donnent les dimensions (h désigne la hauteur de la pyramide) :



On rappelle les formules suivantes :

- $V_{\text{pavé}} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$
- $V_{\text{pyramide}} = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

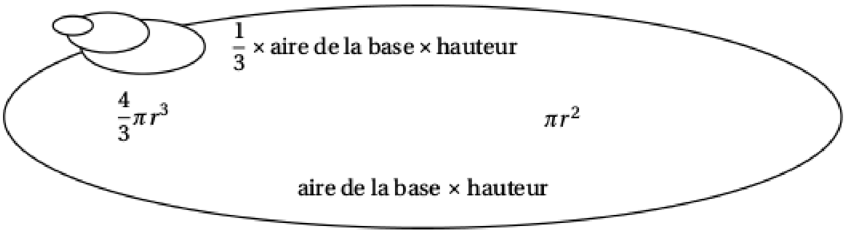
1) Calculer le volume d'un ≪ pavé moussant ≫.

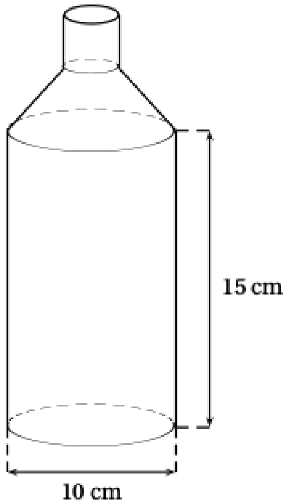
2) Montrer que le volume d'une ≪ pyramide moussante ≫ est égal à $\dfrac{400h}{3}$ cm^3.

3) En déduire la hauteur qu'il faut à une pyramide pour qu'elle ait le même volume qu'un pavé.

Exercice 8

Pense-bête : toutes les formules données ci-dessous correspondent bien à des formules d'aires ou de volumes. On ne sait pas à quoi elles correspondent, mais elles peuvent quand même être utiles pour résoudre l'exercice ci-dessous.

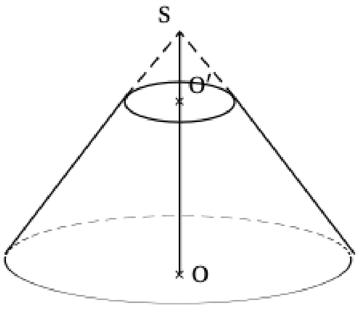




Voici une bouteille constituée d'un cylindre et d'un tronc de cône surmonté par un goulot cylindrique. La bouteille est pleine lorsqu'elle est remplie jusqu'au goulot. Les dimensions sont notées sur le schéma.

1. Calculer le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille puis en donner un arrondi au cm^3.

2. Pour obtenir le tronc de cône, on a coupé un cône par un plan parallèle à la base passant par O′. La hauteur SO du grand cône est de 6 cm et la hauteur SO' du petit est égale à 2 cm. Le rayon de la base du grand cône est de 5 cm.

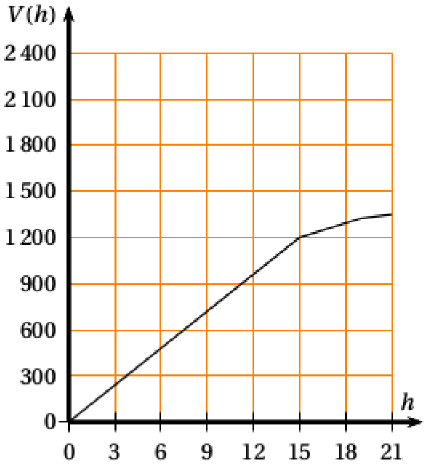


a. Calculer le volume V_1 du grand cône de hauteur SO (donner la valeur exacte).

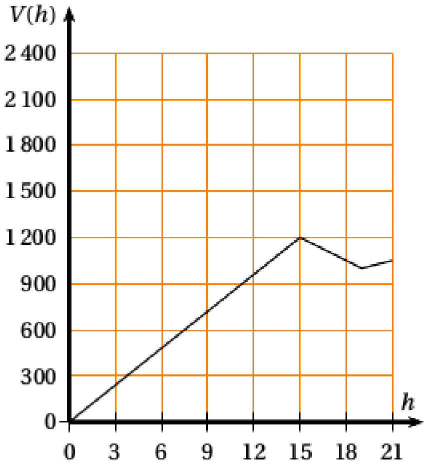
b. Montrer que le volume V_2 du tronc de cône est égal à $\frac{1300\pi}{27}$ cm^3. En donner une valeur arrondie au cm^3.

3. Parmi les quatre graphiques ci-dessous, l'un d'entre eux représente le volume $V(h)$ de la bouteille en fonction de la hauteur h de remplissage du bidon.

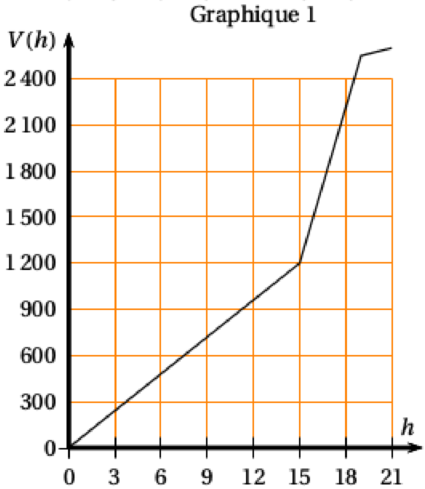
Quel est ce graphique ? Pourquoi les autres ne sont-ils pas convenables ?



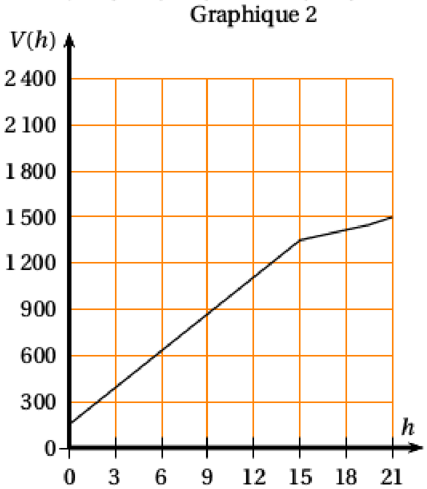
Graphique 1



Graphique 2



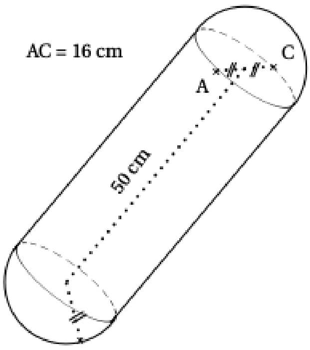
Graphique 3



Graphique 4

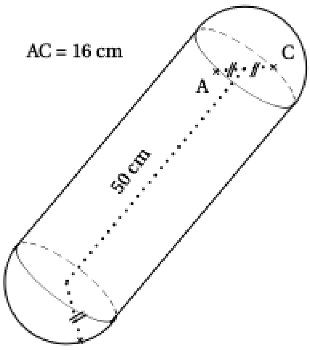
Exercice 9

Pour amortir les chocs contre les autres embarcations ou le quai, les péniches sont équipées de « boudins » de protection.
Calculer le volume exact en cm^3 du « boudin » de protection ci-dessous, puis arrondir à la centaine :



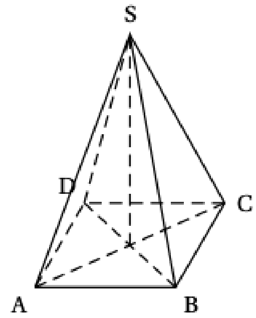
Rappel
Volume d'un cylindre de révolution
$V = \pi R^2 h$
où h désigne la hauteur du cylindre et R le rayon de la base.
Volume d'une boule
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$
où R désigne le rayon de la boule.

Pour amortir les chocs contre les autres embarcations ou le quai, les péniches sont équipées de « boudins » de protection.
Calculer le volume exact en cm^3 du « boudin » de protection ci-dessous, puis arrondir à la centaine près :



Rappel
Volume d'un cylindre de révolution
$V = \pi R^2 h$
où h désigne la hauteur du cylindre et R le rayon de la base.
Volume d'une boule
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$
où R désigne le rayon de la boule.

Exercice 10



Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a :

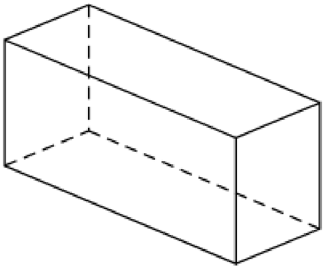
- pour base un carré ABCD de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment [SO] de longueur 22 mètres.

Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\frac{1}{500}$ de la vraie pyramide.
Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle 4 cm^3 d'huile par heure.
Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ? Arrondir à l'unité d'heures.
Rappel : Volume d'une pyramide = un tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur

Faire apparaitre sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

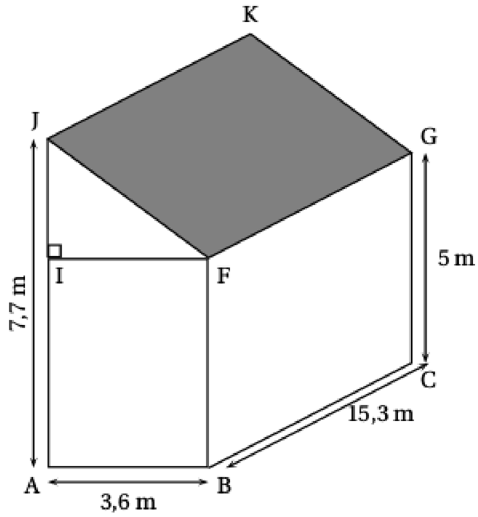
Exercice 11

Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques.
Information 1 : Dimensions des bottes de paille : 90 cm $\times$ 45 cm $\times$ 35 cm.



Information 2 : Le prix de la paille est de 40 € par tonne.
Information 3 : 1 m^3 de paille a une masse de 90 kg.

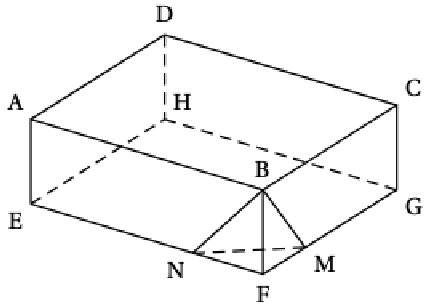
1) Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51 € (arrondi au centime).
2) Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de paille parallélépipédiques.
   Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous.



Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur.
Pour calculer le nombre de bottes de paille qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.

a) Combien de bottes devra-t-il commander ?
b) Quel est le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

Exercice 12



On considère le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
M est un point de [FG] et N un point de [EF].
On donne : FE = 15 cm ; FG = 10 cm ; FB = 5 cm ; FN = 4 cm ; FM = 3 cm.

1) Démontrer que l'aire du triangle FNM est égal à 6 cm^2.

2) Calculer le volume de la pyramide de sommet B et de base le triangle FNM.

On rappelle que le volume d'une pyramide : $V = \dfrac{(B \times h)}{3}$ où B est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.

3) On considère le solide ABCDENMGH obtenu en enlevant la pyramide précédente au parallélépipède rectangle.

a) Calculer son volume.

b) On appelle caractéristique d'Euler d'un solide le nombre x tel que :

$$x = \text{nombre de faces} - \text{nombre d'arêtes} + \text{nombre de sommets}$$

Recopier et compléter le tableau suivant :

	Parallélépipède ABCDEFGH	Solide ABCDENMGH
Nombre de faces		
Nombre d'arêtes		
Nombre de sommets		
Caractéristique x		

Exercice 13

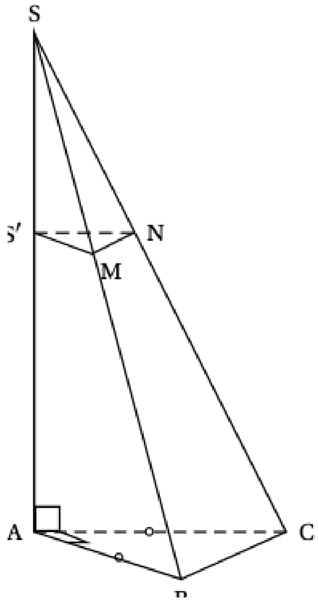
Le dépit de carburant de Koumourou, à Ducos, dispose de trois sphères de stockage de butane.

1) La plus grande sphère du dépôt a un diamètre de 19,7 m. Montrer que son volume de stockage est d'environ 4 000 m^3.
On rappelle que le volume d'une boule est donné par : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$, où R est le rayon de la boule.

2) Tous les deux mois, 1 200 tonnes de butane sont importées sur le territoire.
1 m^3 de butane pèse 580 kg. Quel est le volume, en m^3, correspondant aux 1 200 tonnes ?
Arrondir le résultat à l'unité.

3) Les deux plus petites sphères ont des volumes de 1 000 m^3 et 600 m3. Seront-elles suffisantes pour stocker les 1 200 tonnes de butane, ou bien aura-t-on besoin de la grande sphère ?
Justifier la réponse.

Exercice 14



La dernière bouteille de parfum de chez Chenal a la forme d'une pyramide SABC à base triangulaire de hauteur [AS] telle que :
- ABC est un triangle rectangle et isocèle en A ;
- AB = 7,5 cm et AS = 15 cm.

1) Calculer le volume de la pyramide SABC. (On arrondira au cm^3 près.)

2) Pour fabriquer son bouchon SS′MN, les concepteurs ont coupé cette pyramide par un plan P parallèle à sa base et passant par le point S′ tel que SS′ = 6 cm.

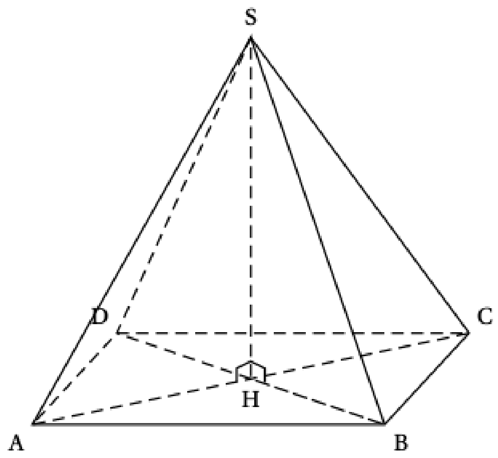
a) Quelle est la nature de la section plane S′MN obtenue ?

b) Calculer la longueur S′N.

3) Calculer le volume maximal de parfum que peut contenir cette bouteille en cm^3.

Exercice 15

La Pyramide du Louvre est une oeuvre de l'architecte Leoh Ming Pei.
Il s'agit d'une pyramide régulière dont la base est un carré de côté 35,50 mètres et dont les quatre arêtes qui partent du sommet mesurent toutes 33,14 mètres.



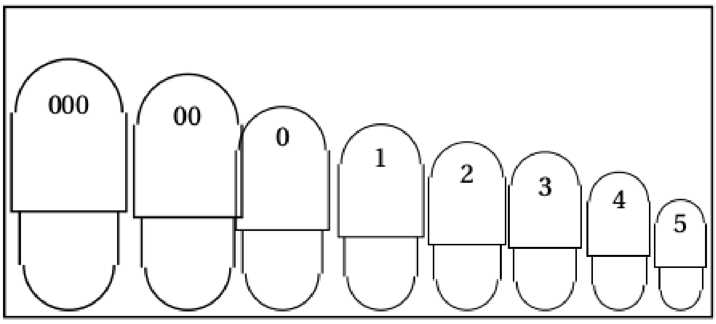
1) La Pyramide du Louvre est schématisée comme ci-contre.
Calculer la hauteur réelle de la Pyramide du Louvre.
On arrondira le résultat au centimètre.

2) On veut tracer le patron de cette pyramide à l'échelle $1/800$.

- **a)** Calculer les dimensions nécessaires de ce patron en les arrondissant au millimètre.
- **b)** Construire le patron en faisant apparaître les traits de construction.
  On attend une précision de tracé au mm.

Exercice 16

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient 'a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.
On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration ci-contre (« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit) :

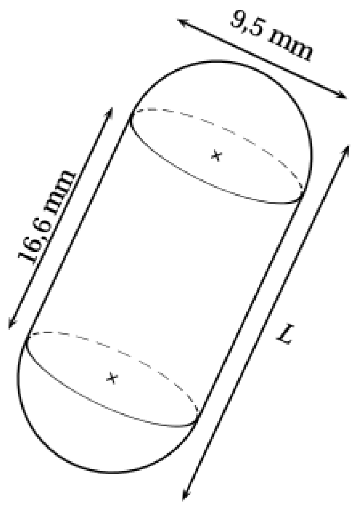


Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule :

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur L de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

Source : Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Coni-Snap

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-contre.



Cette représentation n'est pas en vraie grandeur.

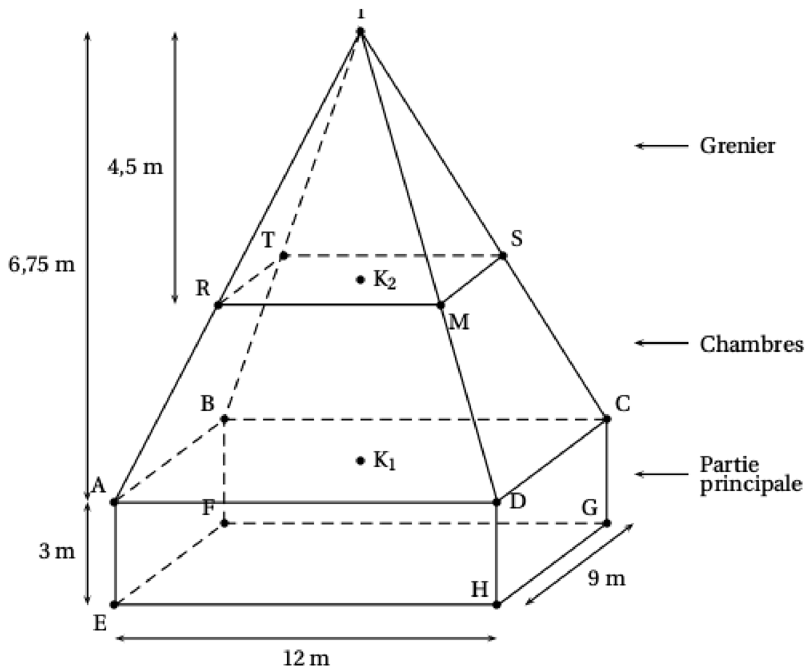
1) À quel calibre correspond cette gélule ? Justifier votre réponse.

2) Calculer le volume arrondi au mm^3 de cette gélule.
On rappelle les formules suivantes :

Volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h	Volume d'un cône de rayon de base R et de hauteur h	Volume d'une sphère de rayon R :
$V = \pi \times R^2 \times h$	$V = \dfrac{\pi \times R^2 \times h}{3}$	$V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$

3) Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus.
Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de $6,15 \times 10^{-4}$ g/mm^3. La boîte d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.
Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement ? Donner le résultat en grammes arrondi à l'unité.

Exercice 17



Une maison est composée d'une partie principale qui a la forme d'un pavé droit ABCDEFGH surmonté d'une pyramide IABCD de sommet I et de hauteur $[IK_1]$ perpendiculaire à la base de la pyramide.
Cette pyramide est coupée en deux parties :

- Une partie basse ABCDRTSM destinée aux chambres ;
- Une partie haute IRTSM réduction de hauteur $[IK_2]$ de la pyramide IABCD correspondant au grenier.

On a : EH = 12 m ; AE = 3 m ; HG = 9 m ; IK_1 = 6,75 m et IK_2 = 4,5 m.
La figure donnée n'est pas à l'échelle.

1) Calculer la surface au sol de la maison.

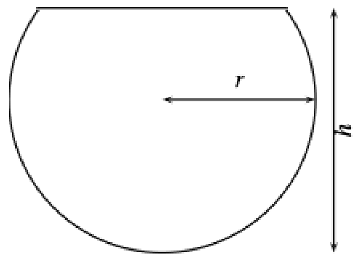
2) Des radiateurs électriques seront installés dans toute la maison, excepté au grenier.
On cherche le volume à chauffer de la maison.
On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par :

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{\text{Aire de la Base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

- **a)** Calculer le volume de la partie principale.
- **b)** Calculer le volume des chambres.
- **c)** Montrer que le volume à chauffer est égal à 495 m^3.

3) Un expert a estimé qu'il faut dans cette maison une puissance électrique de 925 Watts pour chauffer 25 mètres cubes.
Le propriétaire de la maison décide d'acheter des radiateurs qui ont une puissance de 1 800 watts chacun et qui coûtent 349,90 € pièce.
Combien va-t-il devoir dépenser pour rachat des radiateurs ?

Exercice 18



Un aquarium a la forme d'une sphère de 10 cm de rayon, coupée en sa partie haute : c'est une ≪ calotte sphérique ≫.
La hauteur totale de l'aquarium est 18 cm.

1) Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$$

où r est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.

a) Prouver que la valeur exacte du volume en cm^3 de l'aquarium est $1\,296\pi$.

b) Donner la valeur approchée du volume de l'aquarium au litre près.

2) On remplit cet aquarium à ras bord, puis on verse la totalité de son contenu dans un autre aquarium parallélépipédique.
La base du nouvel aquarium est un rectangle de 15 cm par 20 cm.
Déterminer la hauteur atteinte par l'eau (on arrondira au cm).
* Rappel : 1 ℓ = 1 dm^3 $= 1\,000$ cm^3

Exercice 19

Exercice 20

Exercice 21

Exercice 22

Exercice 23

Exercice 24

Exercice 25

Exercice 26

Exercice 27

Exercice 28

Exercice 29

Exercice 30

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50

Exercice 51

Exercice 52

Exercice 53

Exercice 54

Exercice 55

Exercice 56

Exercice 57

Exercice 58

Exercice 59

Exercice 60

Exercice 61

Exercice 62

Exercice 63

Exercice 64

Exercice 65

Exercice 66

Exercice 67

Exercice 68

Exercice 69

Exercice 70

Exercice 71

Exercice 72

Exercice 73

Exercice 74

Exercice 75

Exercice 76

Exercice 77

Exercice 78

Exercice 79

Exercice 80

Exercice 81

Exercice 82

Exercice 83

Exercice 84

Exercice 85

Exercice 86

Exercice 87

Exercice 88

Exercice 89

Exercice 90

Exercice 91

Exercice 92

Exercice 93

Exercice 94

Exercice 95

Exercice 96

Exercice 97

Exercice 98

Exercice 99

Exercice 100