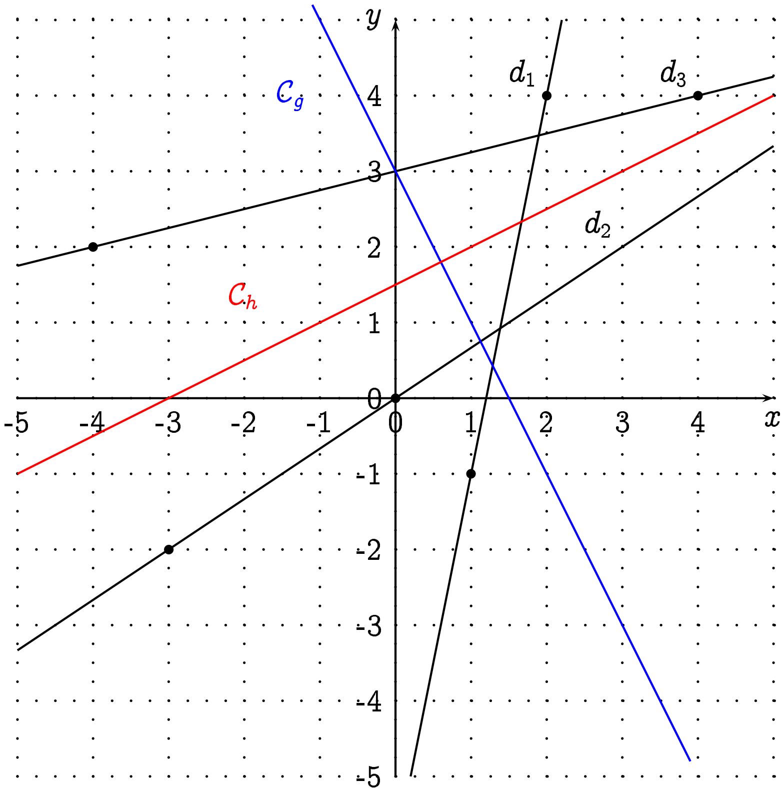
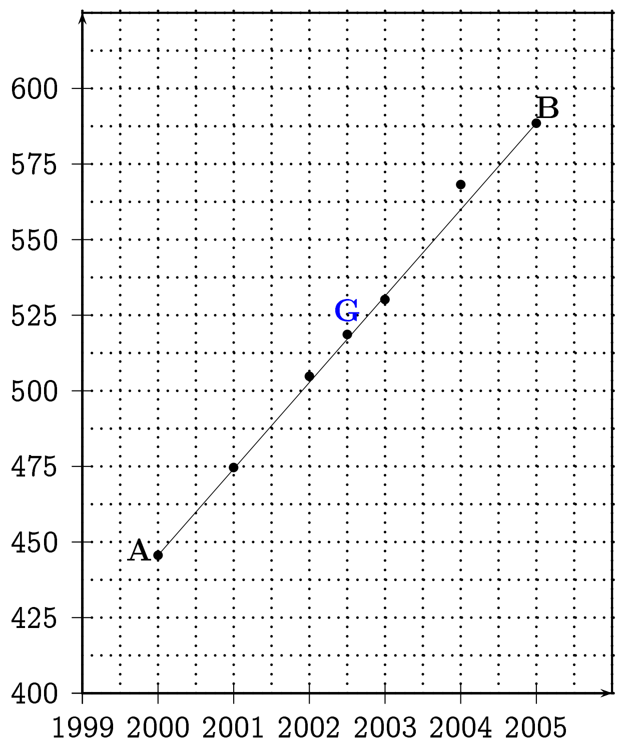
Devoir Surveillé - 2nde 6 & 9 - Jeudi 13 janvier - 2 heures
CORRIGÉ

Exercice 1



1. La droite d_1 passe par $A_1(1;-1)$ et $B_1(2;4)$ donc son coefficient directeur est $\frac{4-(-1)}{2-1} = 5$ donc admet pour équation $y = 5x + b$. Or d_1 passe par A_1 donc $-1 = 5 \cdot 1 + b$ donc $b = -6$.
   Finalement d_1 admet pour équation $y = 5x - 6$.
   On procède de même pour d_2 : $y = \frac{2}{3}x$ et d_3 : $y = \frac{1}{4}x + 3$.

Exercice 2



1. $A(2000; 445,5)$ et $b(2005; 588,5)$.
2. $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{588,5-445,5}{2005-2000} = \frac{143}{5}$ donc $f(x) = \frac{143}{5}x + b$. Or Δ passe par A donc $445,5 = \frac{143}{5} \cdot 2000 + b$.
On obtient $b = -56754,5$.
3. $x_G = \frac{2000+2001+2002+2003+2004+2005}{6} = 2002,5$ et $y_G = \frac{445,5+474,5+504,5+530,2+568,2+588,5}{6} \approx 518,6$.
$\frac{143}{5} \cdot 2002,5 - 56754,5 = 517 \neq 518,6$ donc $G \notin \Delta$.

Exercice 3

1. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{M_5M_4} = \overrightarrow{OM_2}$
2. $\overrightarrow{M_0M_1} + \overrightarrow{M_2M_3} = \overrightarrow{M_0O}$
3. $\overrightarrow{M_0M_1} - \overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_1}$
4. $25\overrightarrow{M_1M_0} + 12\overrightarrow{M_5M_2} + \overrightarrow{M_4M_3} = \overrightarrow{0}$
5. $\overrightarrow{M_4O} + \overrightarrow{M_1M_0} + \overrightarrow{M_4M_5} = \overrightarrow{M_3M_0}$
6. $\overrightarrow{M_3M_1} - \overrightarrow{M_4M_5} = \overrightarrow{M_3M_2}$

Exercice 4

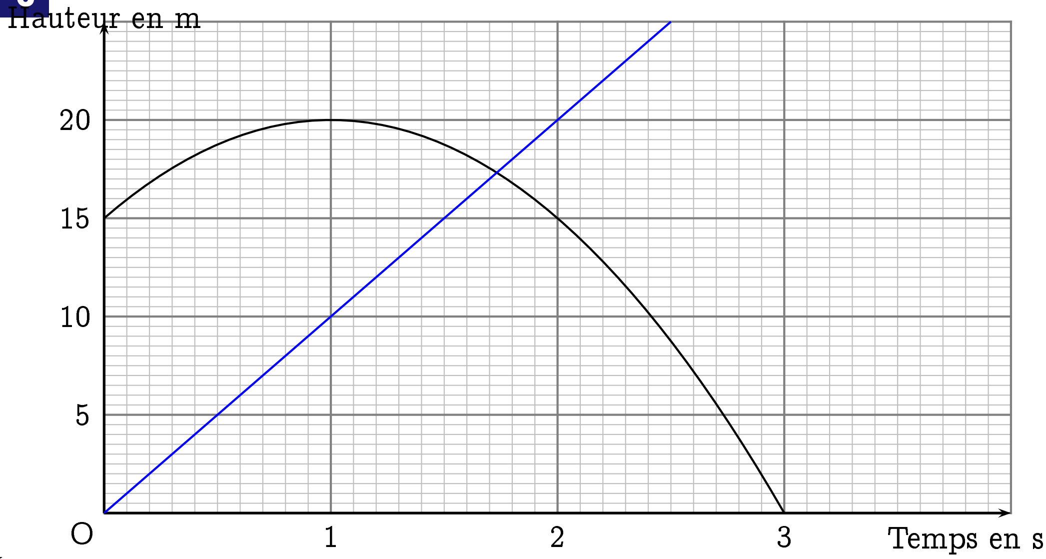
Le plan est muni d'un repère $\left(O; \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$.

1. $\overrightarrow{AB}\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ et $\overrightarrow{AC}\left(\frac{5}{2}; 10\right)$.
On en déduit que $\overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AB}$ donc ces deux vecteurs sont colinéaires. Les droites (AB) et (AC) sont donc parallèles ; or elles ont le point A en commun. Les points A, B et C sont donc alignés.
2. $\begin{cases} x_M - \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{1}{2} \\ y_M + \frac{1}{2} = 3 \cdot 2 \end{cases}$
On en déduit que M a pour coordonnées $\left(2; \frac{11}{2}\right)$.
3. $x_I = \frac{\frac{1}{2}+3}{2} = \frac{7}{4}$ et $y_I = \frac{-\frac{1}{2}+\frac{19}{2}}{2} = \frac{9}{2}$
4. AMCN est un parallélogramme si, et seulement si, $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{MA}$:
$\begin{cases} x_N - 3 = -\frac{3}{2} \\ y_N - \frac{19}{2} = -6 \end{cases}$
On obtient que N a pour coordonnées $\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$.
5. $P(0, y_P)$ appartient à la droite (MN) signifie que les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires.
Or $\overrightarrow{MP}\left(0-2; y_p - \frac{11}{2}\right)$ et $\overrightarrow{MN}\left(\frac{9}{2}-2; \frac{7}{2} - \frac{11}{2}\right)$.
C'est-à-dire $\overrightarrow{MP}\left(-2; y_p - \frac{11}{2}\right)$ et $\overrightarrow{MN}\left(\frac{5}{2}; -2\right)$.
On obtient donc que $(-2)\cdot(-2) = \frac{5}{2} \cdot \left(y_p - \frac{11}{2}\right)$.
Finalement, $y_P = \frac{8}{5} + \frac{11}{2} = \frac{71}{10}$.
0

Exercice 5

1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$
2. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BM}$
3. $\overrightarrow{TS} = \overrightarrow{TA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BS}$
4. $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP}$
5. $\overrightarrow{0} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB}$
6. $\overrightarrow{US} = \overrightarrow{UK} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BS}$
7. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PT} + \overrightarrow{TB}$
8. $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BF}$

Exercice 6



Partie A : Étude graphique

1. La peluche de Schtroumpf, au moment où l'athlète la lance, se trouve à 15 m de hauteur.
2. La peluche de Schtroumpf reste à une hauteur supérieure à la hauteur d'où elle a été lancée pendant 2 s.
3. La peluche de Schtroumpf touche la surface de l'eau avant de s'y enfoncer au bout de 3 s.
4. La hauteur maximale atteinte par la peluche de Schtroumpf est de 20 m et cette hauteur est atteinte au bout d'une seconde.
5. Le tableau de variation de la fonction f :

x	0	1	3
Variations de f	15 ↗	20	↘ 0

Partie B : Etude théorique

1. $20-5(x-1)^2 = 20-5\left(x^2-2x+1\right) = 20-5x^2+10x-5 = -5x^2+10x+15 = f(x)$.
2. On en déduit que $f(x) = 5\left(2^2-(x-1)^2\right) = 5(2-x+1)(2+x-1) = 5(3-x)(1+x)$.
   On en déduit que $f(x)=0 \Leftrightarrow 5(3-x)(1+x)=0 \Leftrightarrow x \in \left\{-1;3\right\}$.
   Or $x \in [0;3]$ donc la seule solution de l'équation $f(x)=0$ est 3.
   Cela confirme que la hauteur du Schtroumpf est nulle au bout de 3 secondes.
3. $f(x)=15 \Leftrightarrow -5x^2+10x+15=15 \Leftrightarrow -5x^2+10x=0 \Leftrightarrow -5x(x-2)=0$.
   Cette équation admet deux solutions : 0 et 2.
   En effet, le Schtroumpf se trouve à 15 mètres de hauteur au temps 0 et au temps 2.
4. b) $f(x)=\ell(x) \Leftrightarrow -5x^2+10x+15=10x \Leftrightarrow 5x^2=15 \Leftrightarrow x^2=3$.
   Or x est positif donc la seule solution est $\sqrt{3}$.