Exercice 1

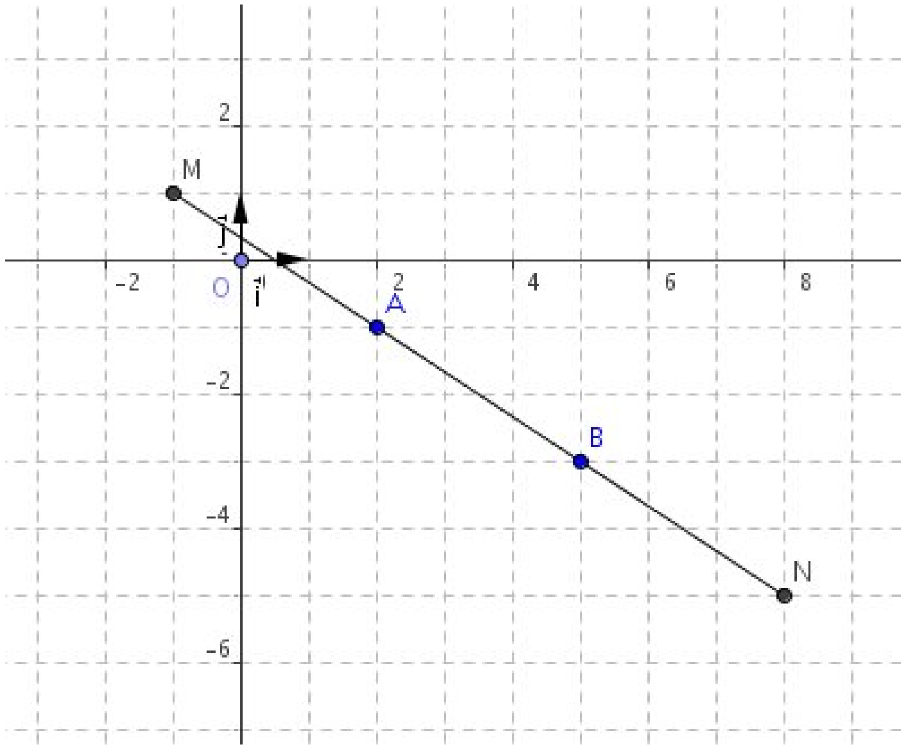
Les points A et B sont tels que $A(2\ ;\ -1)$ et $B(5\ ;\ -3)$.

1) Calculer les coordonnées du point M tel que A soit le milieu du segment $[BM]$.

2) Calculer les coordonnées du point N, symétrique de A par rapport à B.

3) Démontrer que $[AB]$ et $[MN]$ ont même milieu.

Illustration



Exercice 2

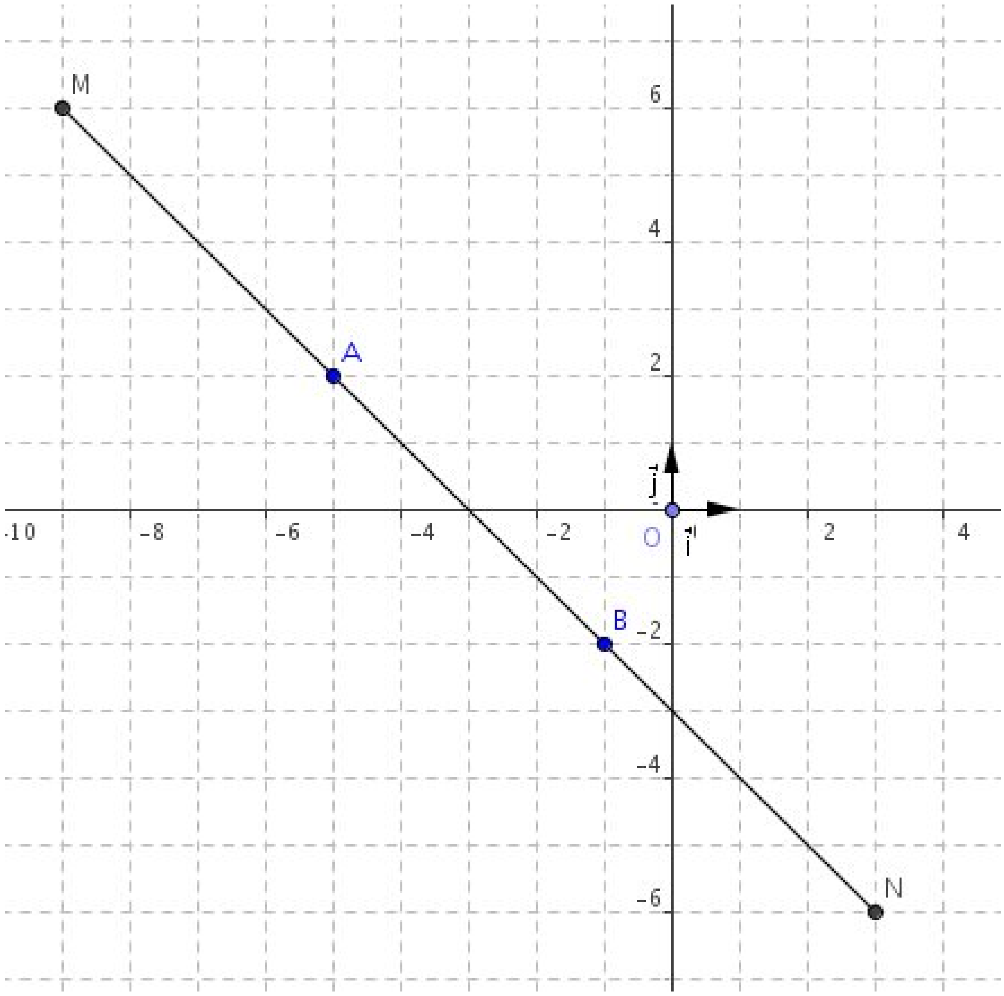
Les points A et B sont tels que $A(-5\ ;\ 2)$ et $B(-1\ ;\ -2)$.

1) Calculer les coordonnées du point M tel que A soit le milieu du segment $[BM]$.

2) Calculer les coordonnées du point N, symétrique de A par rapport à B.

3) Démontrer que $[AB]$ et $[MN]$ ont même milieu.

Illustration



Exercice 3

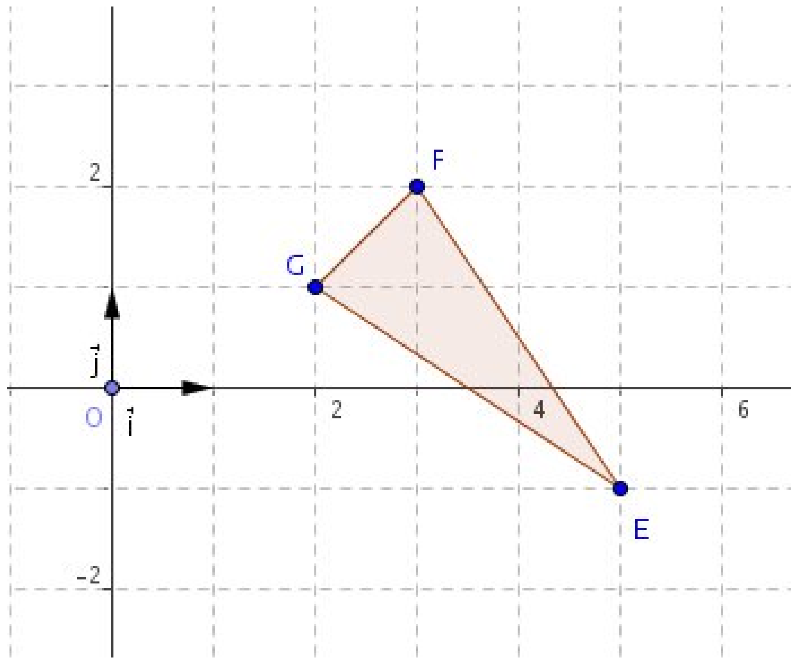
$(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormal.

1) Placer les points $E(5\ ;\ -1)$, $F(3\ ;\ 2)$ et $G(2\ ;\ 1)$.

2) Calculer les distances EF, EG et FG.

3) Quelle est la nature du triangle EFG ?

Illustration



Exercice 4

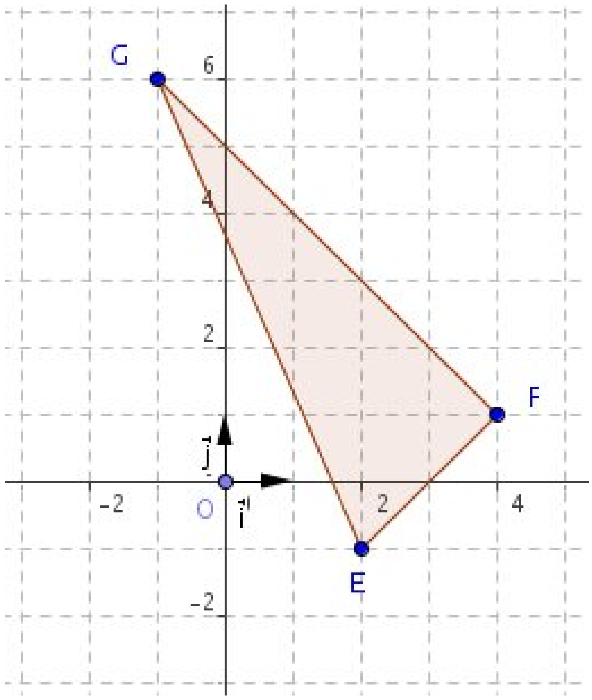
$(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormal.

1) Placer les points $E(2\ ;\ -1)$, $F(4\ ;\ 1)$ et $G(-1\ ;\ 6)$.

2) Calculer les distances EF, EG et FG.

3) Quelle est la nature du triangle EFG ?

Illustration



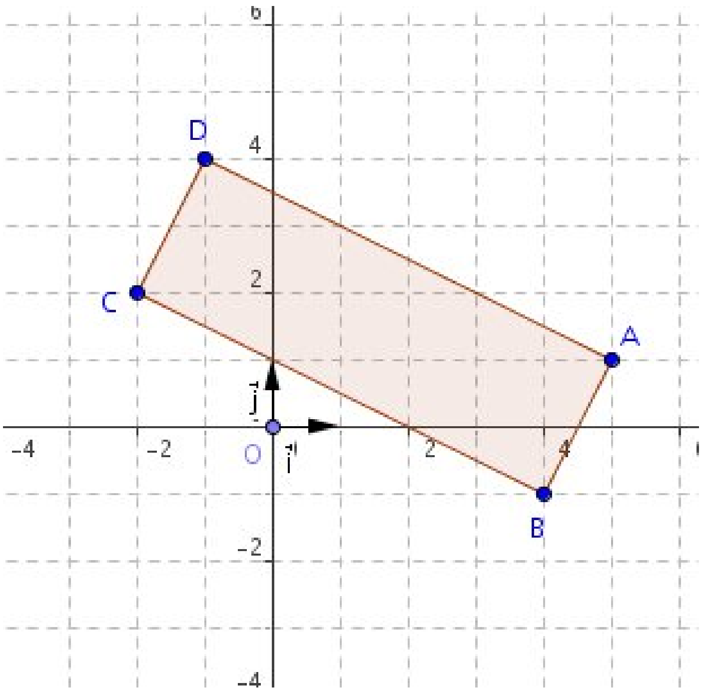
Exercice 5

Placer les points suivants :

$$A(5\,;\,1) \quad B(4\,;\,-1) \quad C(-2\,;\,2) \quad D(-1\,;\,4).$$

Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Illustration



Exercice 6

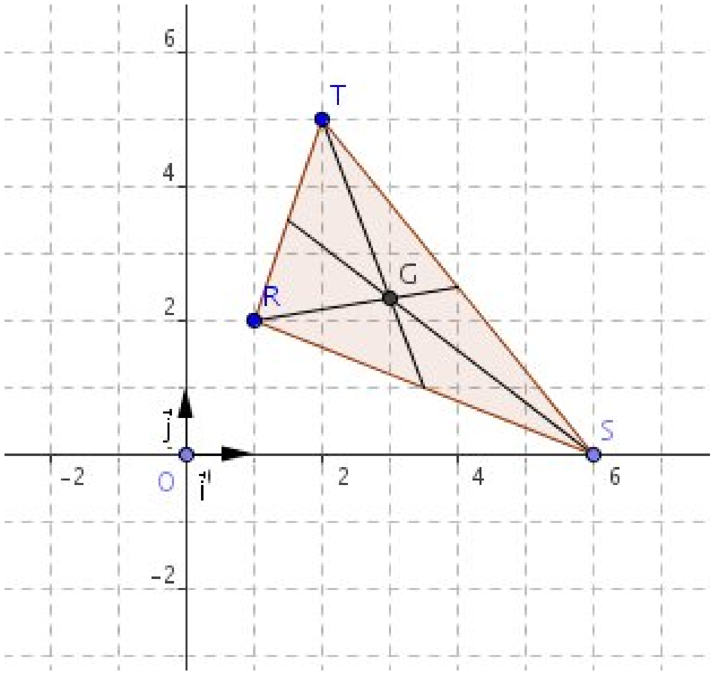
On travaille dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
Le triangle RST est défini par les points $R(1\ ;\ 2)$, $S(6\ ;\ 0)$ et $T(2\ ;\ 5)$.

1) Faire une figure.

2) Placer le point G centre de gravité du triangle RST.

3) Calculer les coordonnées du point G.

Illustration



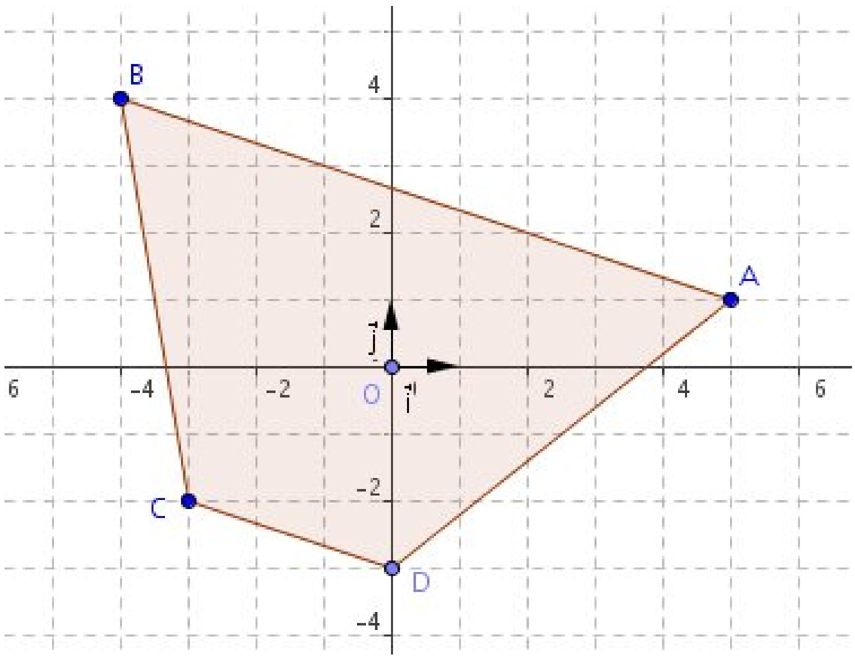
Exercice 7

Placer les points suivants :

$$A(5\ ;\ 1) \quad B(-4\ ;\ 4) \quad C(-3\ ;\ -2) \quad D(0\ ;\ -3).$$

Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze.

Illustration



Exercice 8

1) Placer dans un repère orthonormal les points $A(2\ ;\ 0)$, $B(0\ ;\ 5)$, $C(5\ ;\ 0)$ et $D(0\ ;\ 2)$.

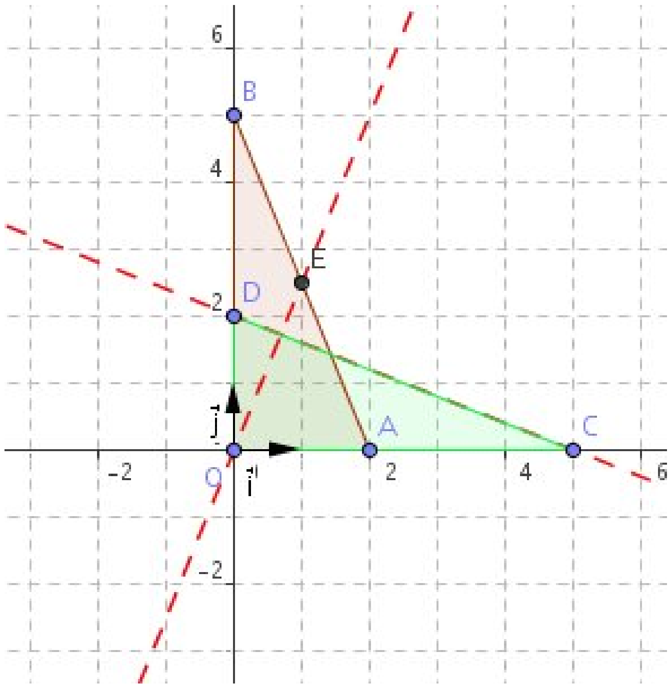
2) Donner une équation de la médiane (Δ) issue de O dans le triangle OAB.

3) Donner une équation de la droite (CD).

4) A l'aide d'un système, déterminer les coordonnés du point H intersection des droites (Δ) et (CD).

5) Montrer que la médiane issue de O dans le triangle OAB est la hauteur issue de O dans le triangle OCD.

Illustration



Exercice 9

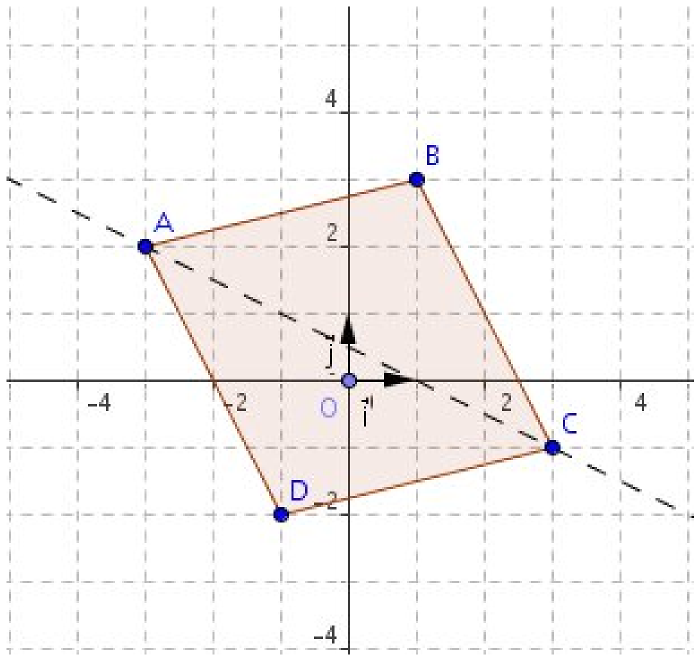
Dans un repère $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$, on donne : $A(-3\ ;\ 2)$, $B(1\ ;\ 3)$, $C(3\ ;\ -1)$ et $D(-1\ ;\ -2)$.

1) Faire une figure.

2) Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

3) Donner une équation réduite de la droite (AC).

Illustration

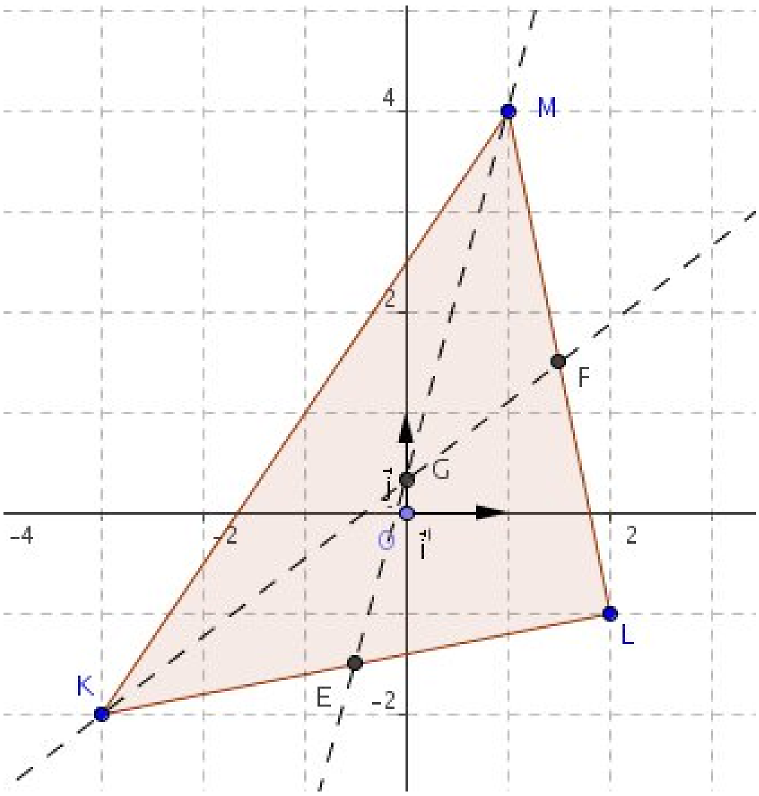


Exercice 10

Dans un repère $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$, on donne : $K(-3\ ;\ -2)$, $L(2\ ;\ -1)$ et $M(1\ ;\ 4)$.
E est le milieu de $[KL]$ et F est le milieu de $[LM]$.

1) Faire une figure.
2) Déterminer par un calcul les coordonnées des points E et F.
3) Déterminer les équations cartésiennes des droites (EM) et (KF).
4) Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle KLM.

Illustration



Exercice 11

1) Placer les points $A(4\ ;\ -2)$, $B(-1\ ;\ 3,5)$ et $I(3\ ;\ 2)$.

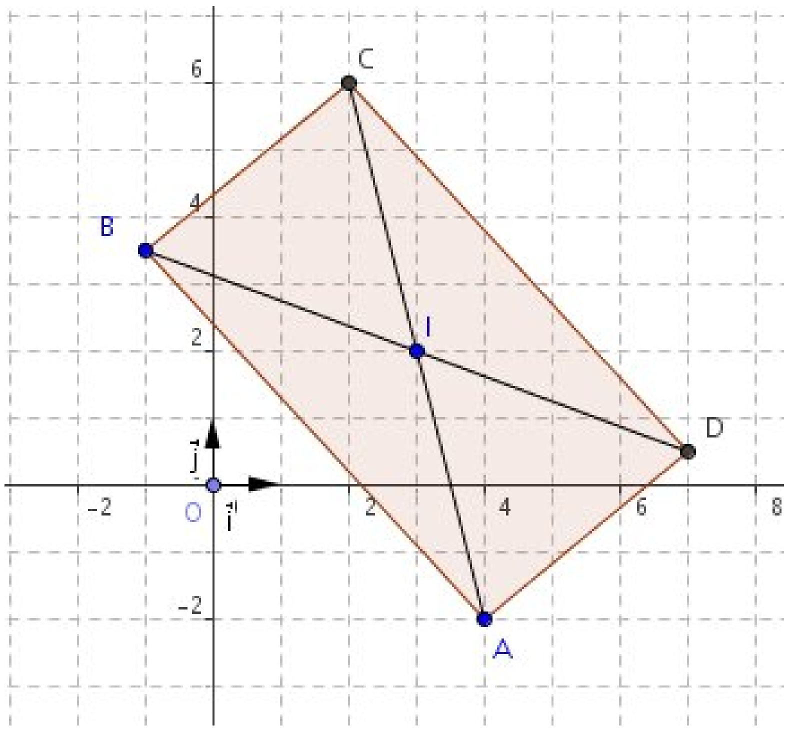
2) Construire les points C et D tels que $ABCD$ soit un parallélogramme de centre I.

3) Après avoir observé que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IC}$, calculer les coordonnées de C.

4) Après avoir noté que I est le milieu de $[BD]$, calculer les coordonnées de D.

5) $ABCD$ est-il un rectangle ?

Illustration



Exercice 12

Dans un repère $(O\ ; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points : $E(5\ ;\ 1)$, $F(1\ ; -3)$ et $C(-3\ ;\ 5)$.

1) Déterminer les coordonnées du point A milieu du segment $[EF]$ ainsi que les coordonnées du point B milieu de $[EC]$.

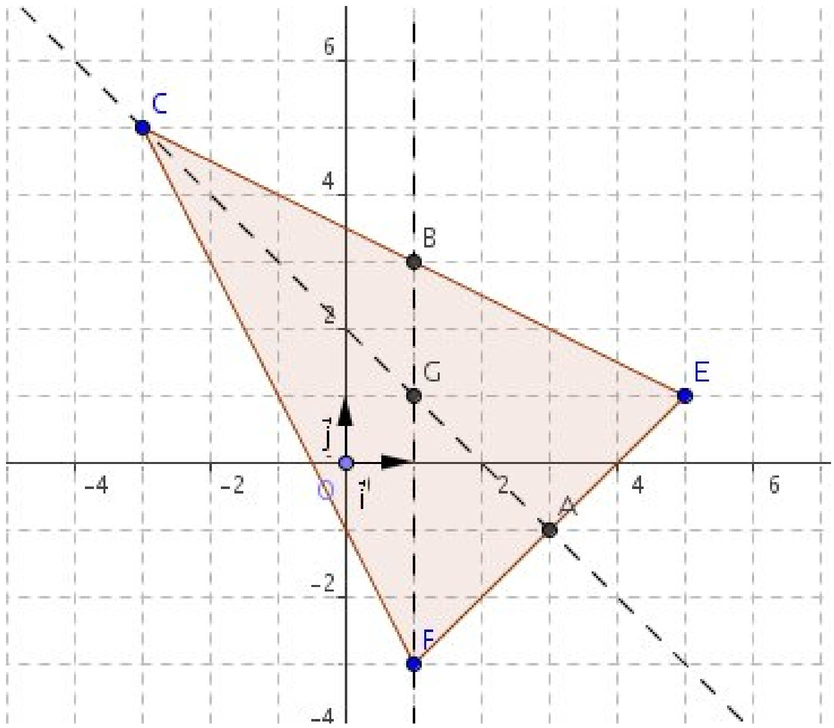
2) Vérifier les résultats précédents en faisant un dessin que l'on complétera.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC).

4) Déterminer une équation cartésienne de la droite (BF).

5) On appelle G le centre de gravité du triangle EFC.
Déterminer les coordonnées de G.

Illustration



Exercice 13

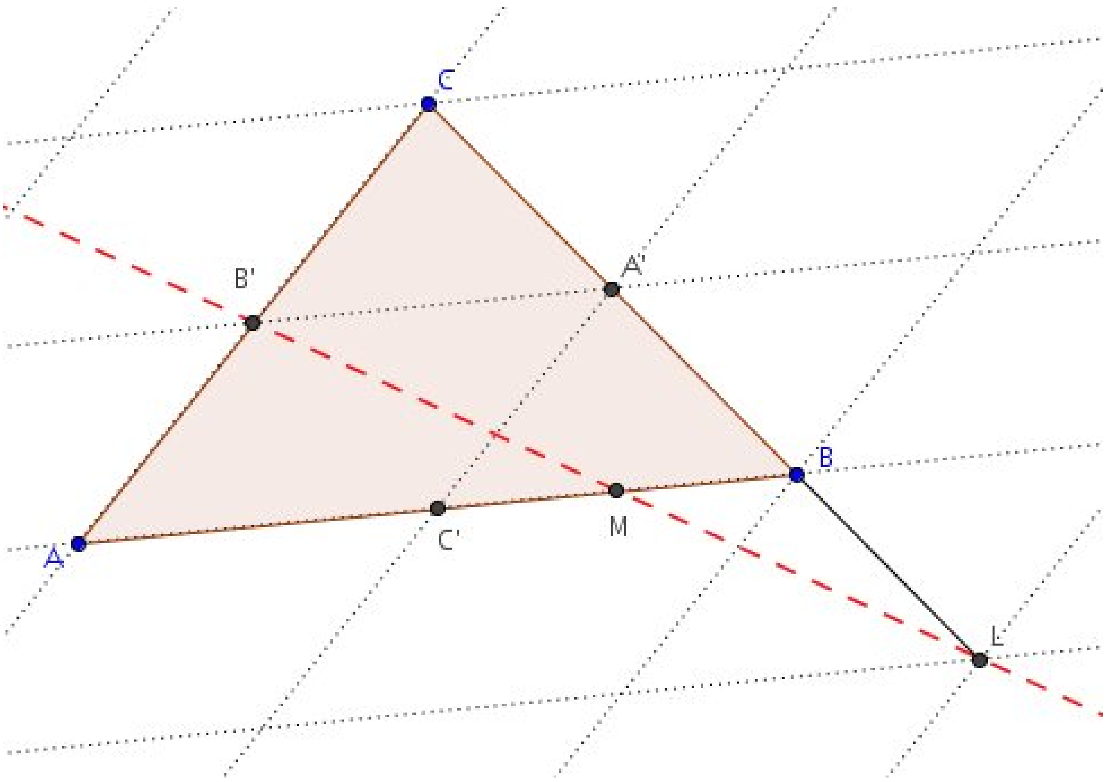
ABC est un triangle quelconque : A', B' et C' sont les milieux respectifs de $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.
M est le milieu de $[BC']$ et L est le symétrique de A' par rapport à B.

1) Faire une figure.

2) Déterminer les coordonnées de tous les points de la figure dans le repère $(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

3) Montrer que les points B', M et L sont alignés.

Illustration



Exercice 14

Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, on donne $A(-4 ; -3)$, $B(1 ; -1)$ et $C(-1 ; 3)$.

1) Faire une figure que l'on complétera par la suite.

2) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

3) Calculer les coordonnées du point I centre du parallélogramme $ABCD$. (On pourra le faire de deux façons pour vérifier la question précédente.)

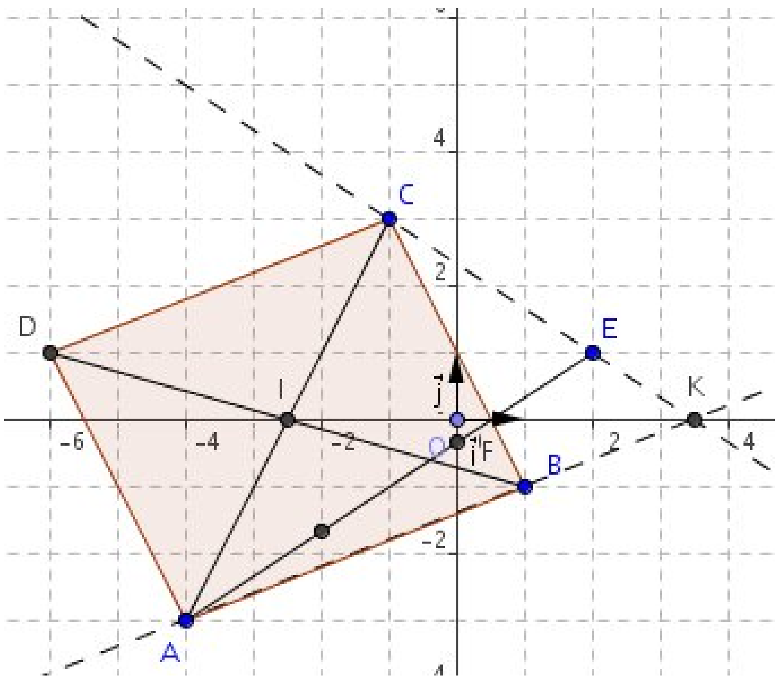
4) Soit le point $E(2 ; 1)$. Déterminer les coordonnées du point K intersection des droites (AB) et (CE). Vérifier sur le dessin.

5) Soit F le point tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$.

a) Calculer les coordonnées de F.

b) Les points D, F et B sont-ils alignés ? Justifier.

Illustration



Exercice 15

1) Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, placer les points $E(-3\ ;\ -2)$ et $F(6\ ;\ 4)$.

2) Donner une équation réduite de la droite (EF) que l'on tracera.

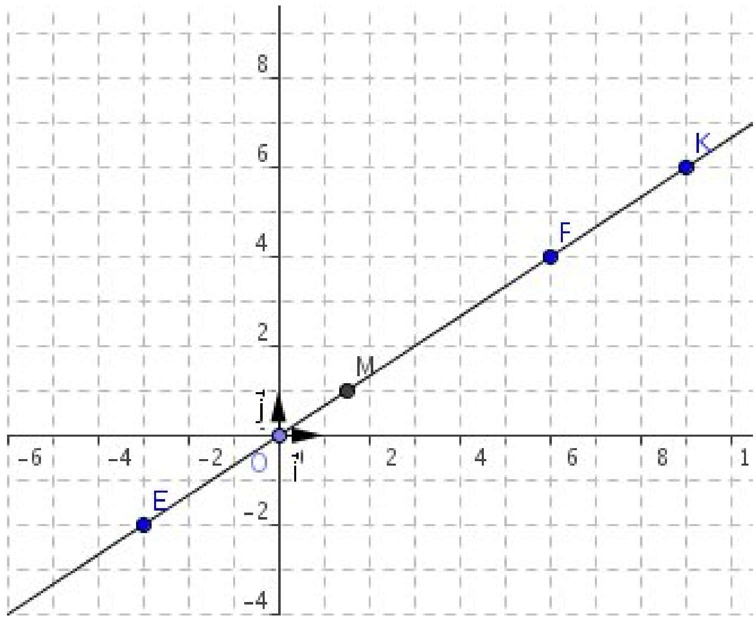
3) Calculer les coordonnées du milieu H du segment $[EF]$.

4) Montrer que le point $K(9\ ;\ 6)$ est sur la droite (EF).

  a) en utilisant l'équation réduite de (EF) ;

  b) en utilisant les vecteurs.

Illustration



Exercice 16

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on définit la droite (d) par son équation réduite $y = -\dfrac{4}{3}x + 2$.

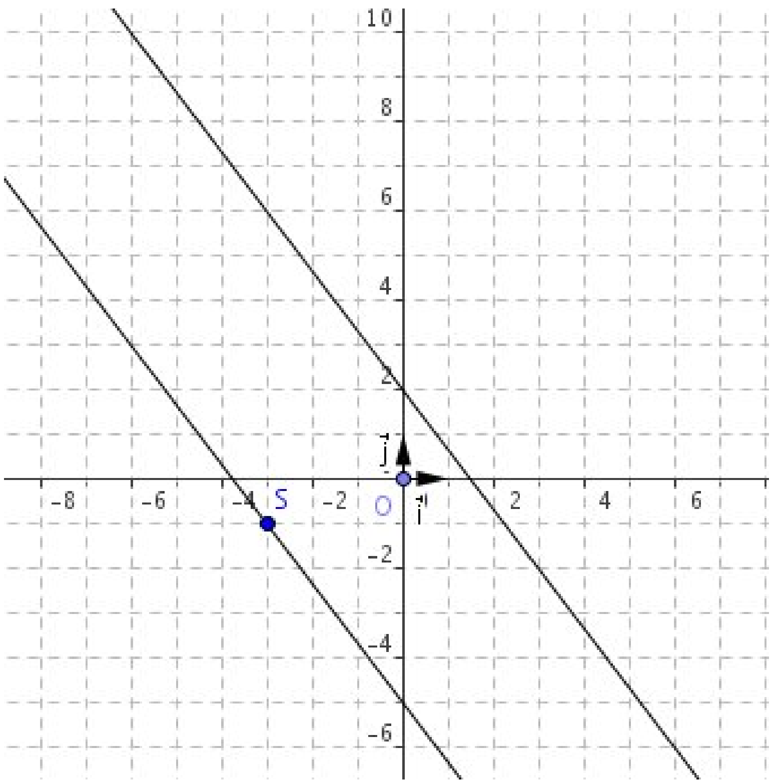
1) Donner trois points de coordonnées entières de la droite (d).

2) Tracer la droite (d).

3) Mettre en évidence sur le graphique **le coefficient directeur** et **l'ordonnée à l'origine**.

4) Déterminer l'équation réduite de la droite (d') parallèle à la droite (d) passant par le point $S(-3\ ;\ -1)$.

Illustration



Exercice 17

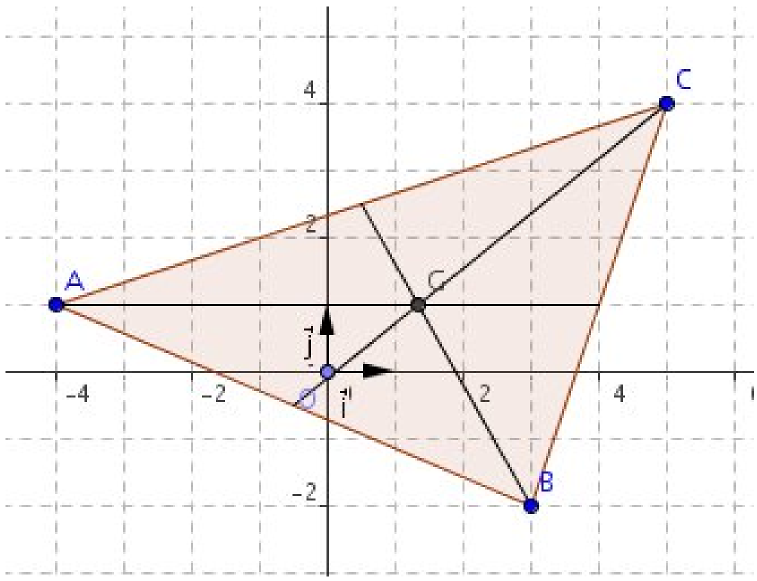
Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(-4\ ;\ 1)$, $B(3\ ;\ -2)$ et $C(5\ ;\ 4)$.

1) Construire le triangle ABC.

2) Tracer le point G, centre de gravité du triangle ABC.

3) Calculer les coordonnées du point G.

Illustration



Exercice 18

Soit $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$ un repère du plan. On fera une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice.

Soit $A(-3\ ;\ -1)$, $B(1\ ;\ -2)$ et $C(0\ ;\ -7)$.

1) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

2) Déterminer une équation de la droite (AC).

3) Déterminer les coordonnées du point E, symétrique du point D par rapport à C.

4) Déterminer les coordonnées du point F de la droite (AC) d'abscisse -1.

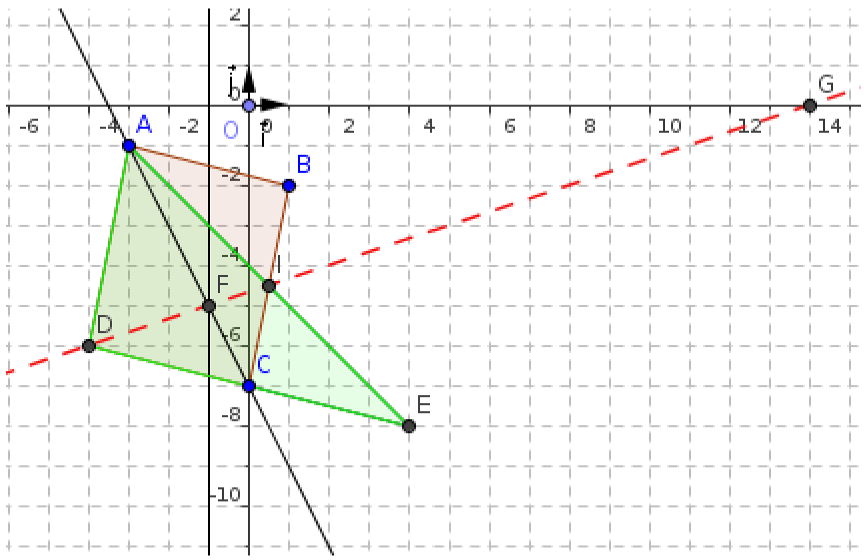
5) Donner les coordonnées de I, le milieu du segment $[AE]$.

6) Montrer que les points D, F et I sont alignés.
Que représente le point F pour le triangle ADE ?

7) Donner l'équation de la droite (DF).

8) La droite (DF) est-elle sécante à l'axe des abscisses ?
Si oui, donner alors les coordonnées de G le point d'intersection.

Illustration



Exercice 19

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(E\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$, on place le point A de coordonnées $(5;6)$, le point B de coordonnées $(-3\ ;\ 2)$; le point C de coordonnées $(10\ ;\ -4)$, puis on trace le triangle ABC. (Faire un dessin qui sera complété au cours du problème).

1) Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$.

2) Prouver que le point M, milieu du segment $[AB]$ appartient à la droite (CD).

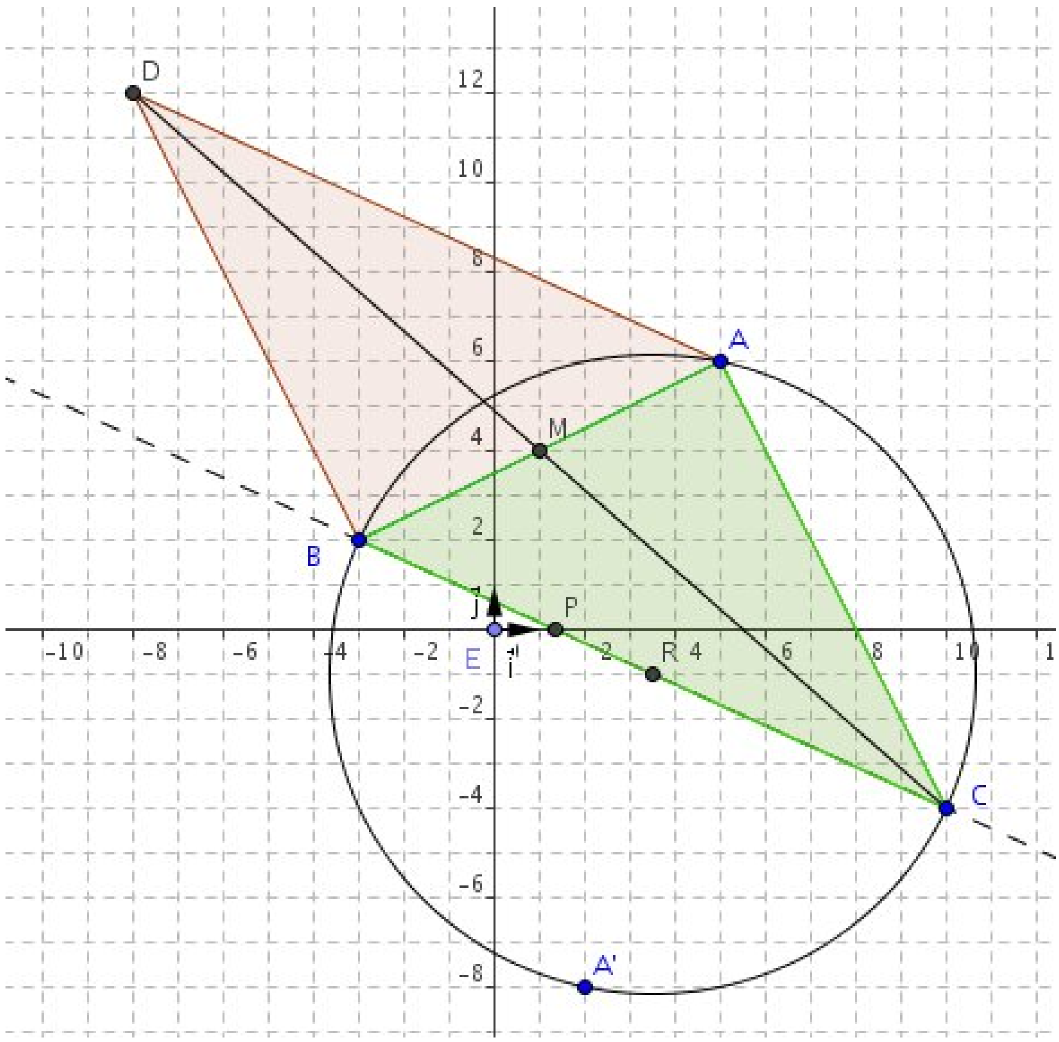
3) Trouver une équation de la droite (BC) et en déduire les coordonnées du point P, intersection de la droite (BC) avec l'axe des abscisses.

4) Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

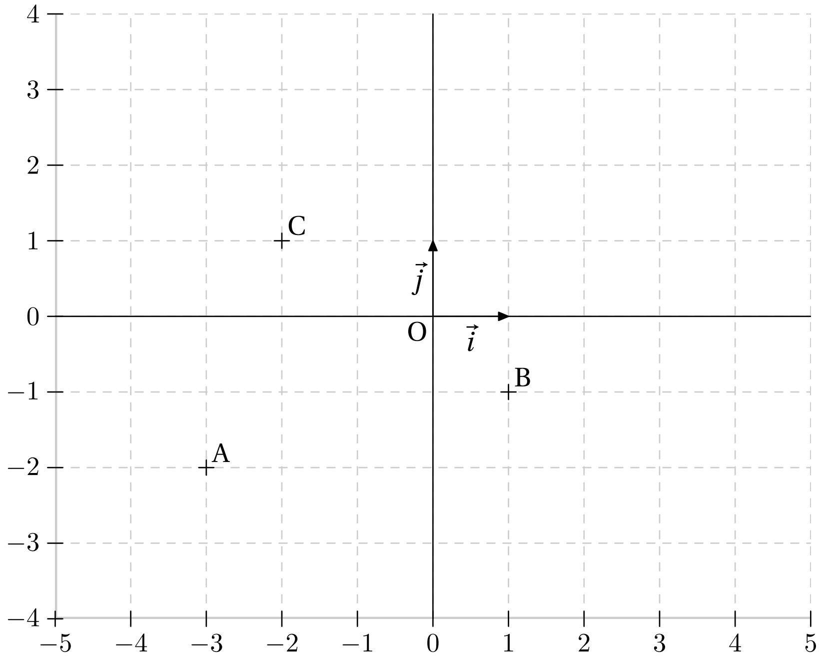
5) Calculer les coordonnées du centre R du cercle passant par les trois points A, B, C (ou cercle circonscrit au triangle ABC). Le point A' de coordonnées $(2\ ;\ -8)$ est-il élément de ce cercle ? Pourquoi ?

6) Encadrer par deux naturels consécutifs la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ABC}$ du triangle ABC en utilisant le sinus, ou le cosinus, ou la tangente de cet angle.

Illustration



Exercice 20

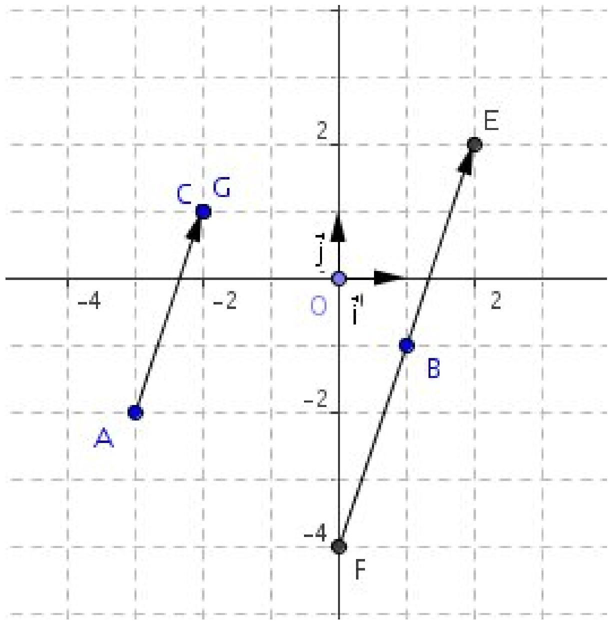


1) Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$.

2) Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AC}$.

3) Placer le point G tel que $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.

Illustration

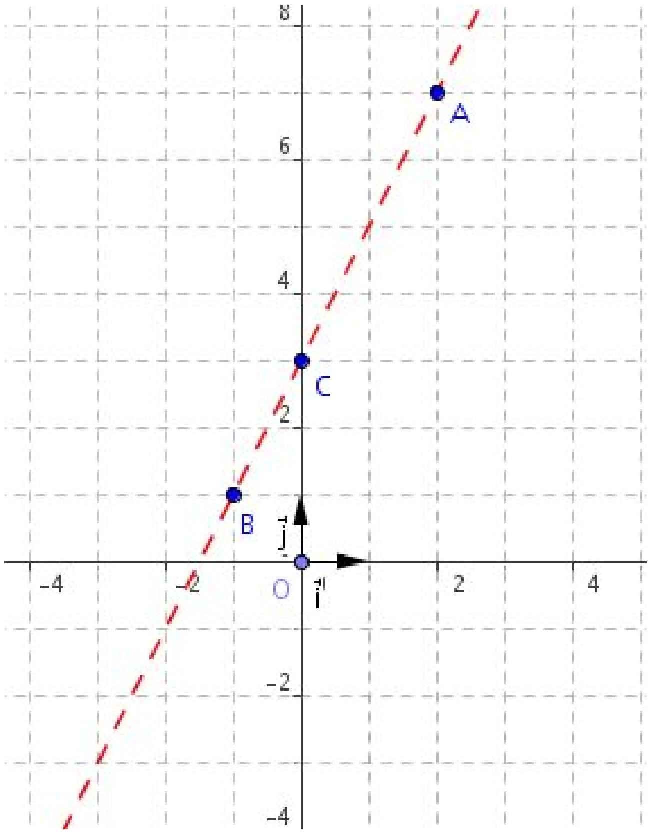


Exercice 21

On considère les points $A(2\ ;\ 7)$, $B(-1\ ;\ 1)$ et $C(0\ ;\ 3)$.

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Illustration



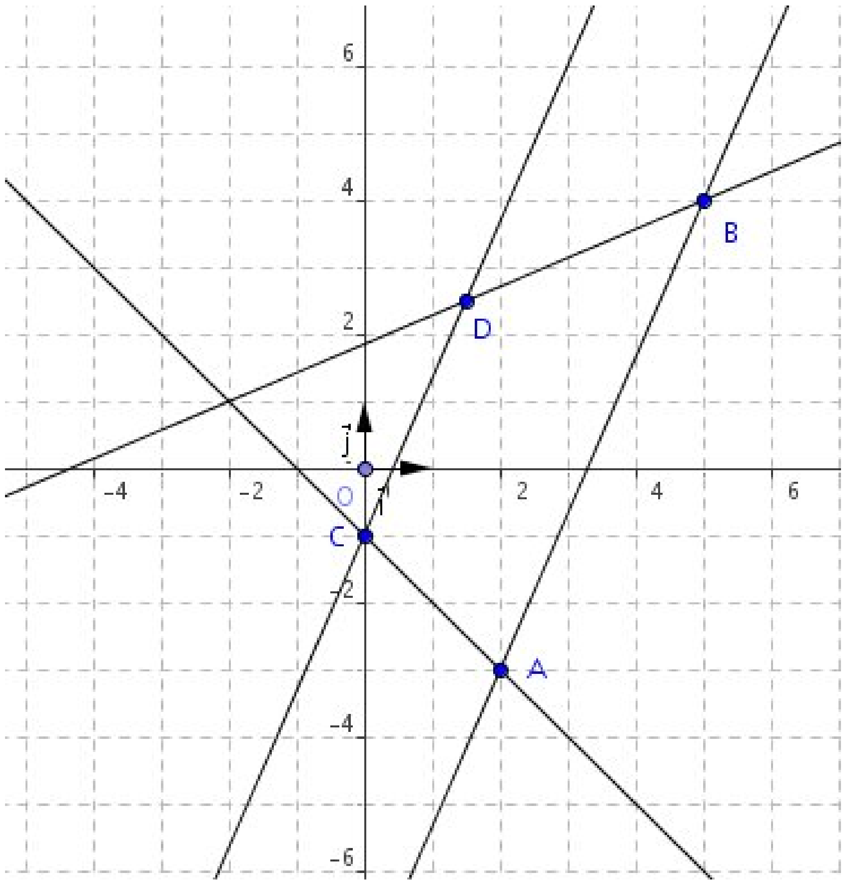
Exercice 22

On considère les points $A(2\ ;\ -3)$, $B(5\ ;\ 4)$, $C(0\ ;\ -1)$ et $D\left(\frac{3}{2}\ ;\ \frac{5}{2}\right)$.

1) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?

Illustration



Exercice 23

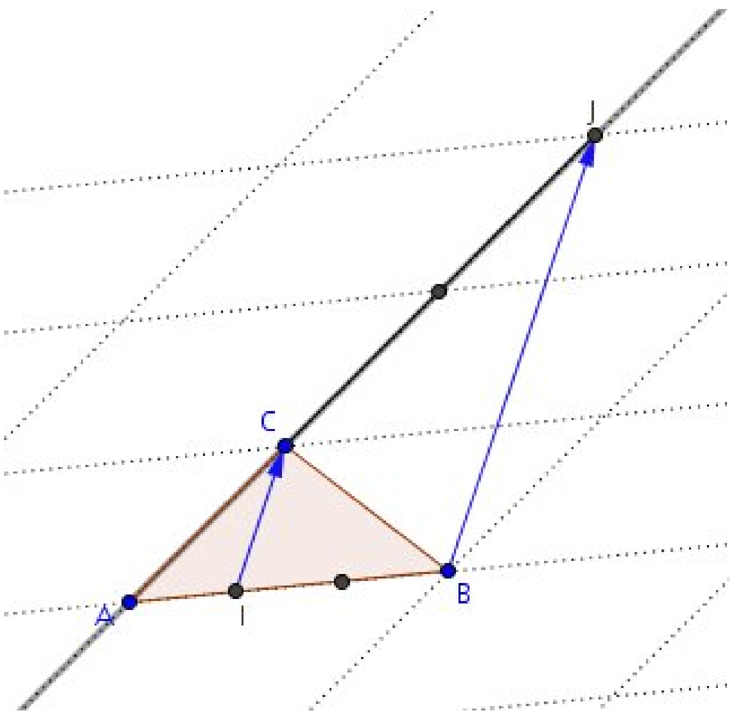
On considère un triangle ABC et les points I et J tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$.

1) Montrer, à l'aide de la relation de Chasles que $\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{IC}$.
Que peut-on en déduire pour les droites (BJ) et (IC) ?

2) On se place dans le repère $(A\,;\ \overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AC})$.

- **a)** Déterminer les coordonnées de l'ensemble des points.
- **b)** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{IC}$.
- **c)** Retrouver les résultats de la question 1).

Illustration



Exercice 24

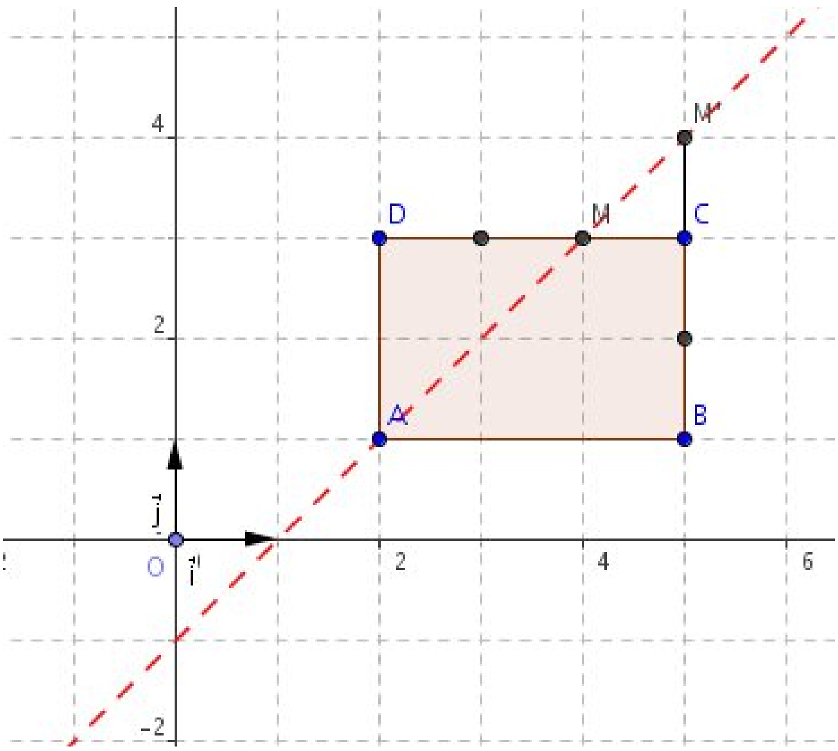
On considère le rectangle $ABCD$ formé des points $A(2\ ;\ 1)$, $B(5\ ;\ 1)$, $C(5\ ;\ 3)$ et $D(2\ ;\ 3)$.
On place les points M et M' tels que $\overrightarrow{DM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{BM'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{BM'}$.

2) En déduire les coordonnées de $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AM'}$.

3) Les points A, M et M' sont-ils alignés ?

Illustration



Exercice 25

Soit $A(-1~;~0)$, $B(2~;~1)$ et $D(0~;~4)$.

1) Déterminer une équation de la droite (AD).

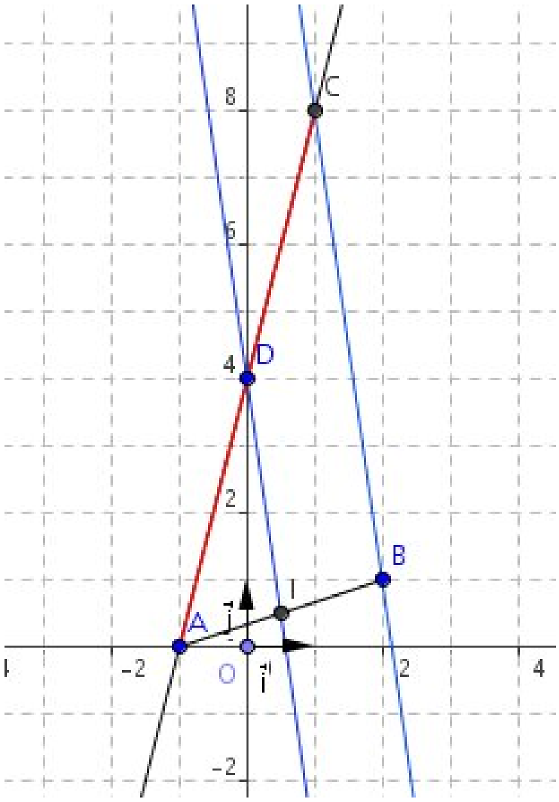
2) Déterminer les coordonnées de I milieu de $[AB]$.

3) Donner une équation de la droite (d) passant par B et parallèle à la droite (DI).

4) Déterminer les coordonnées du point d'intersection C des droites (d) et (AD).

5) Montrer que D est le milieu de $[AC]$.

Illustration



Exercice 26

Le plan est muni d'un repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$ orthonormal.
Soient les points $A(-1\ ;\ 1)$, $B(3\ ;\ 2)$ et $C(0\ ;\ 5)$.

1) Placer les points A, B et C dans le repère donné.

2) Lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.

3) Calculer les longueurs AB, AC et BC.
Déterminer la nature du triangle ABC.

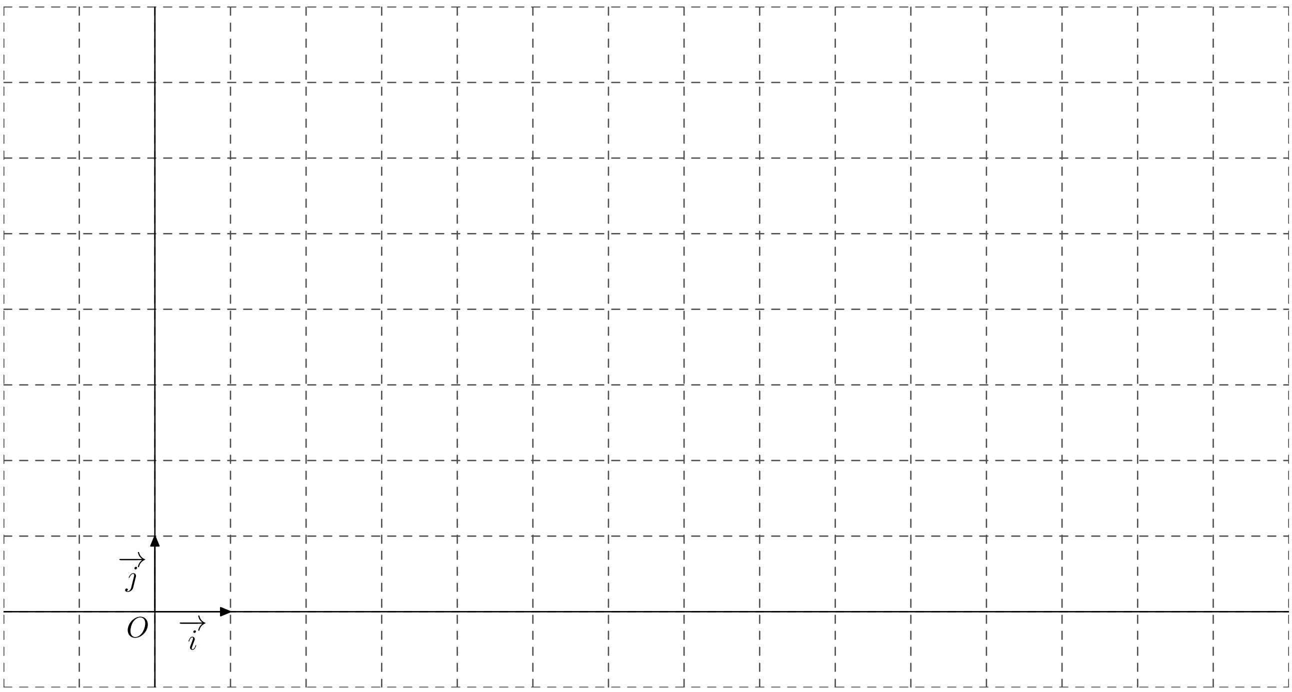
4) Placer les points D et E tels que :
$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

5) Montrer par le calcul que $\overrightarrow{BD}\left|\begin{matrix}4{,}5\\3\end{matrix}\right.$ et $\overrightarrow{AE}\left|\begin{matrix}3\\4{,}5\end{matrix}\right.$.

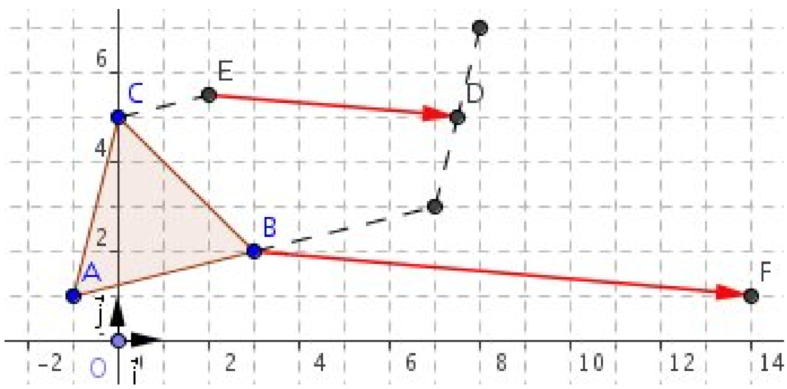
6) Calculer les coordonnées de D et E.

7) Placer le point $F(14\ ;\ 1)$

8) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont colinéaires.



Illustration



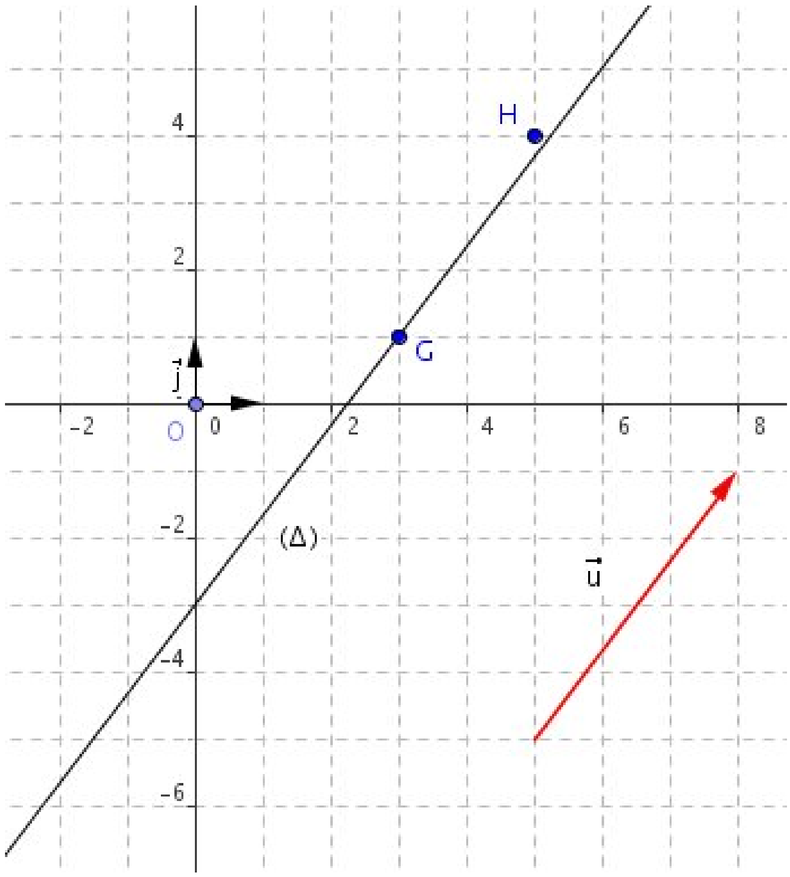
Exercice 27

Le plan est muni d'un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ orthonormal.

1) Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) passant par $G(3\,;\;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\left|\begin{array}{l}3\\4\end{array}\right.$.

2) Le point $H(5\,;\;4)$ appartient-il à la droite (Δ) ? Justifier.

Illustration



Exercice 28

Soient les points $A(2\ ;\ 3)$, $B(-3\ ;\ 2)$ et $C(4\ ;\ -2)$.
Le but de l'exercice consiste à placer le point M tel que : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CA}$.

1) Placer A, B et C.

2) Calculer les coordonnées du milieu I de $[CB]$.

3) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CA}$.

4) On note $M(x\ ;\ y)$, les coordonnées de M.

  a) Exprimer en fonction de x et y les coordonnées de $\overrightarrow{MA}$ puis celles de $\overrightarrow{MB}$.

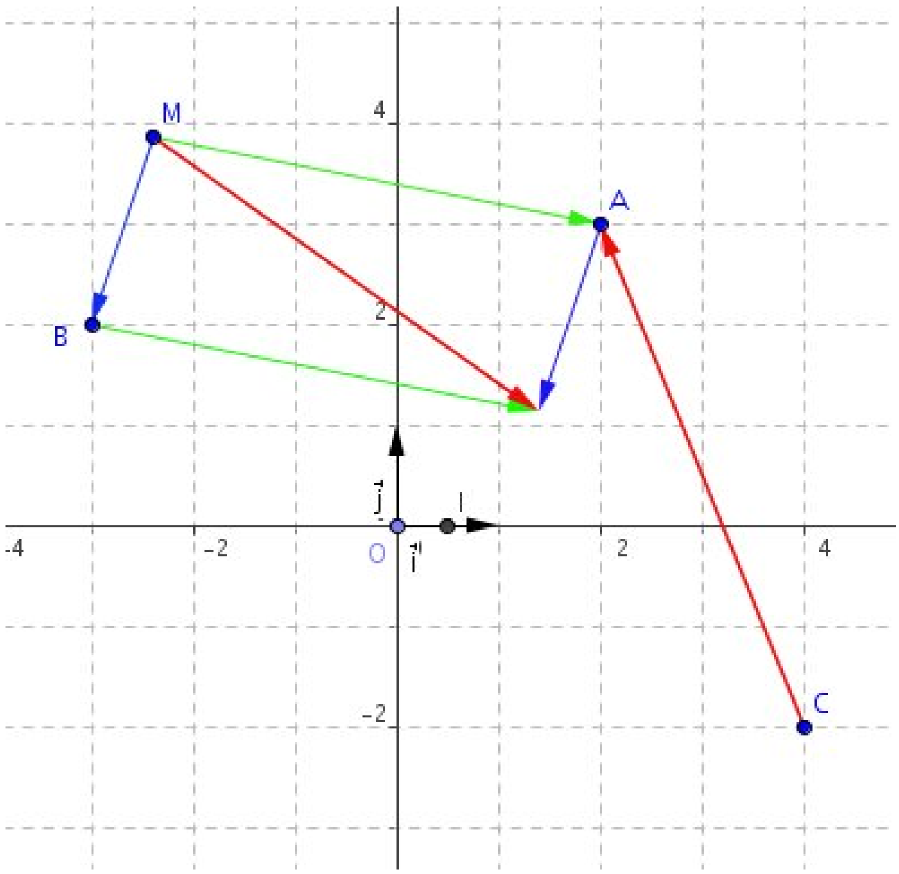
  b) En déduire que les coordonnées de $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ sont $\left|\begin{array}{l} -1-2x \\ 5-2y \end{array}\right.$.

  c) En déduire les coordonnées de M.

5) Placer M. Répond-il à la condition posée ?

6) Vérifier que le point M est le milieu de $[CB]$.

Illustration



Exercice 29

Soit $A(1\ ;\ -2)$, $B(2\ ;\ 3)$ et $C(7\ ;\ 2)$.

1) Calculer les coordonnées du milieu I de $[BC]$.

2) Soit G le centre de gravité du triangle ABC.

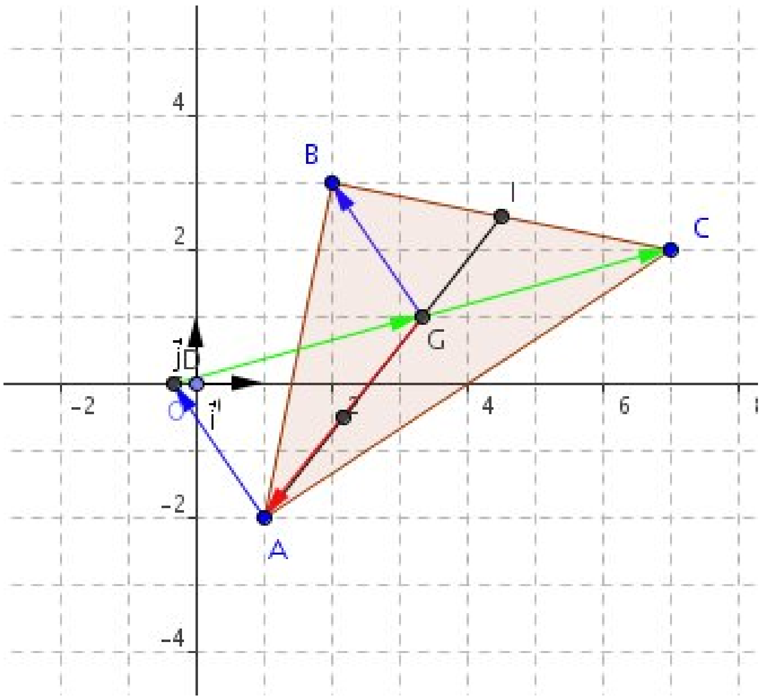
On sait que : $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

a) Calculer les coordonnées du point G.

b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

NB : ce résultat est vrai, pour tout triangle ABC.

Illustration



Exercice 30

Dans un repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$, on donne $A(4\ ;\ -3)$, $B(6\ ;\ 4)$, $C(2\ ;\ -1)$.

1) Faire une figure que l'on complétera par la suite.

2) Calculer les coordonnées du milieu I du segment $[AC]$.

3) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.

4) En déduire les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

5) Quel est le milieu du segment $[BD]$? Justifier.

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50