

Exercice 1

Un jeu consiste à lancer simultanément un dé parfait et une pièce équilibrée de 1 €.

A pile on associe le nombre 1 et à face le nombre 2.

Un résultat est la somme du numéro obtenu sur le dé et du nombre obtenu par la pièce.

- 1) Dresser un arbre de toutes les possibilités.
 - 2) En déduire la loi de probabilité des résultats.
 - 3) Déterminer les probabilités suivantes :
 - a) la somme est impaire ;
 - b) la somme est multiple de 3 ;
 - c) la somme n'est ni 6, ni 5 ;
 - d) la somme est au moins 4 ;
 - e) la somme est au plus 3.
-

Exercice 2

Dans une classe de 30 élèves, 70 % sont des filles.

40 % des élèves suivent l'option maths.

30 % des élèves sont des filles qui suivent l'option maths.

On note F pour fille, G pour garçon, O pour option maths et N pour non option maths.

- 1) Résumer la situation dans un tableau à double entrée.
 - 2) Déterminer $p(G \cap O)$.
 - 3) Déterminer $p(G \cup O)$.
-

Exercice 3

Plusieurs amis veulent choisir une activité.

73 % d'entre eux veulent voir un film, 30 % veulent aller à la piscine, 3 % n'aiment aucune de ces deux activités. Appelons F l'événement « la personne veut aller voir un film » et P l'événement « la personne veut aller à la piscine ».

- 1) Illustrer la situation à l'aide d'un tableau de probabilités.
 - 2) Quelle est la part des amis qui veulent voir un film et aller à la piscine ?
 - 3) Quelle est la part des amis qui veulent voir un film ou aller à la piscine ?
-

Exercice 4

On a trois cartons : on écrit sur le premier « T », sur le second « A » et sur le troisième « S ». On retourne les cartons sur une table.

- 1) On choisit un carton, on note la lettre, on remet le carton sur la table, et on choisit de nouveau au hasard un deuxième carton, on note la lettre.
 - a) Construire un arbre de choix pour déterminer tous les tirages possibles.
 - b) Quelle est la probabilité d'obtenir le mot « AS » (« A » puis « S ») ?
 - 2) On choisit un carton sans le remettre, on note la lettre, et on choisit de nouveau au hasard un deuxième carton, on note la lettre.
 - a) Construire un arbre de choix pour déterminer tous les tirages possibles.
 - b) Quelle est la probabilité d'obtenir le mot « AS » (« A » puis « S ») ?
-

Exercice 5

A et B sont deux événements tels que :

$$p(A) = 0,7, \quad p(B) = 0,1 \quad \text{et} \quad p(A \cap B) = 0,05.$$

- 1) A et B sont-ils incompatibles ?
 - 2) Calculer $p(A \cup B)$ et $p(\overline{A} \cap \overline{B})$.
-

Exercice 6

Monsieur Deschamps fabrique des yaourts qu'il commercialise sous la marque « Yaourts Des Champs ».

Il fait distribuer des prospectus publicitaires dans les boîtes à lettres et il estime qu'après la distribution de x milliers de prospectus, la probabilité qu'une personne connaisse les « Yaourts Des Champs » s'exprime par la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{4x + 1}{5x + 5} \text{ où } x \text{ appartient à l'intervalle } [0 ; 11].$$

- 1)
 - a) Déterminer $f'(x)$.
 - b) En déduire le tableau de variations de f .
 - c) Faire le tableau de valeurs de la fonction f de 0 à 11 par pas de 1.
 - 2) Grâce à la question précédente, déterminer le nombre de prospectus qu'il faut distribuer pour que la probabilité qu'une personne connaisse les « Yaourts Des Champs » soit égale à :
 - a) 0,7 puis 0,75.
 - b) En déduire le nombre de prospectus supplémentaires qu'il faut distribuer pour que la probabilité qu'une personne connaisse les « Yaourts Des Champs » passe de 0,7 à 0,75.
 - 3) Monsieur Deschamps décide de ne faire distribuer que 5 000 prospectus. Expliquer son choix.
-

Exercice 7

Dans une communauté urbaine, 55% des familles sont propriétaires de leur logement, 40 % en sont locataires, et les autres familles occupent leur logement à titre gratuit.

On suppose que toutes les familles habitent soit une maison individuelle, soit un appartement, et que chaque habitation ne comprend qu'une seule famille.

60 % des propriétaires habitent une maison individuelle, 80 % des locataires habitent un appartement et 10 % des occupants à titre gratuit habitent une maison individuelle.

- 1) Montrer que la proportion des familles qui habitent une maison individuelle dont elles sont propriétaires est 33 %.
- 2) Recopier et compléter le tableau suivant de la répartition des familles en pourcentage du nombre total de familles établi selon le type de logement (M pour maison individuelle, A pour appartement) et selon le fait que les familles soient propriétaires (P), locataires (L) ou occupant à titre gratuit (G).

| | M | A | Total |
|-------|----|---|-------|
| P | 33 | | |
| L | | | |
| G | | | |
| Total | | | 100 |

- 3)
 - a) Exprimer en pourcentage du nombre total de familles, le nombre de celles qui occupent une maison individuelle.
 - b) Parmi celles-ci, quel est le pourcentage de celles qui en sont propriétaires.
 - c) Parmi les familles qui occupent un appartement, quel est le pourcentage de celles qui en sont locataires.
-

Exercice 8

A la rentrée scolaire, on fait une enquête dans une classe de sixième comprenant 25 élèves. On sait que dans cette classe,

- 48 % des élèves ont 11 ans ;
- un cinquième des élèves ont 13 ans ;
- les autres ont 12 ans.

Ces élèves utilisent deux types de sacs de cours : le sac à dos ou le cartable classique :

- 15 élèves, dont les deux tiers ont 11 ans, ont acheté un cartable classique ;
- les autres, dont la moitié ont 12 ans, ont acheté un sac à dos.

- 1) Résumer la situation à l'aide d'un tableau à double entrée.
 - 2) Donner l'arbre pondéré correspondant en choisissant comme premier critère le type de sac. On calculera les fréquences en pourcentages, arrondis si besoin au dixième.
 - 3) Quel est le pourcentage des élèves qui ont 11 ans et qui ont un sac à dos ?
 - 4) Parmi les élèves de 12, ans, quel est le pourcentage des élèves ayant un cartable classique ?
-

Exercice 9

Dans une urne, on a placé 12 boules de couleur et portant chacune un numéro. Les boules sont indiscernables au toucher et réparties comme suit :

- 4 boules blanches portant les numéros 1, 2, 3 et 4.
- 3 boules rouges portant les numéros 1, 2 et 3.
- 5 boules vertes portant les numéros 1, 2, 3, 4 et 5.

On tire au hasard une boule de l'urne. On notera chaque éventualité par l'initiale de la couleur de la boule suivie du numéro de la boule.

- 1) Écrire l'univers sous la forme d'un ensemble ($\Omega = \{\dots; \dots\}$).
 - 2) Calculer la probabilité des événements suivants (on commencera par écrire les événements sous forme d'ensembles) :
 - A : « la boule tirée porte un numéro pair ».
 - B : « la boule tirée n'est pas blanche ».
 - C : « la boule tirée porte un numéro strictement plus grand que 2 ».
-

Exercice 10

Un fou dessine un arbre de probabilité représentant une épreuve de Bernoulli répétée 20 fois.

- 1) Combien y a-t-il de branches en fin d'arbres ?
 - 2) Parmi ces branches, combien correspondent exactement à 10 succès.
 - 3) Donner les deux coefficients binomiaux égaux à 20.
-

Exercice 11

On a remarqué de 1 % des pièces sortant d'une machines sont défectueuses. On fait des lots de 10 pièces et on suppose que les défauts sont indépendantes.

- 1) Montrer que la situation peut être modélisée en utilisant une loi binomiale. On introduira une variable aléatoire.
 - 2) Quelle est la probabilité pour qu'on ait :
 - a) exactement 3 pièces défectueuses ?
 - b) exactement 10 pièces défectueuses ?
 - c) aucune pièce défectueuse ?
 - 3) En déduire la probabilité d'avoir au moins une pièce défectueuse.
 - 4) Combien aura-t-on en moyenne de pièces défectueuses ?
-

Exercice 12

Vérifier à l'aide de la calculatrice que : $\binom{20}{4} + \binom{20}{5} = \binom{21}{5}$

Exercice 13

On répète 8 fois dans des conditions d'indépendance une épreuve de Bernoulli dont la probabilité du succès est $p = 0,3$.

On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de succès à l'issue de l'expérience.

- 1) Calculer $p(X = 0)$.
 - 2) Calculer $p(X = 5)$.
 - 3) Calculer $p(X = 8)$.
 - 4) Calculer $p(X \geq 1)$.
-

Exercice 14

Calculer, en utilisant la calculatrice $\binom{9}{7}$.

Exercice 15

Une société organise une tombola sous la forme de tickets à acheter. La probabilité qu'un ticket commercialisé soit gagnant est de $0,2$.

Un client tire au hasard de façon indépendante dix tickets et les achète.

On appelle X la variable aléatoire dénombrant les tickets gagnants parmi les dix tickets achetés.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X .
 - 2) Quelle est la probabilité de gagner exactement deux fois ?
 - 3) Calculer l'espérance de X . Interpréter ce nombre.
-

Exercice 16

On lance deux dés tétraédriques équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 4.

- 1) On définit la variable aléatoire X égale à la somme des deux résultats.
 - a) Quelles sont les valeurs prises par X ?
 - b) En utilisant un tableau à double entrée, déterminer la loi de probabilité de X .
 - 2) On décide de jouer au jeu suivant : si le nombre obtenu est un multiple de 3, le joueur gagne, sinon, il perd. En utilisant la variable aléatoire X , déterminer la probabilité que le joueur gagne.
-

Exercice 17

Au jeu de fléchettes, on admet qu'un tireur atteint le centre de la cible tous les huit lancers. On suppose que les lancers sont indépendants les uns des autres. Le tireur fait cinq lancers.

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de lancers réussis.

- 1) Quelle est la loi de probabilité de X ?
 - 2) Quelle est la probabilité de rater les 5 lancers ?
 - 3) Quelle est la probabilité de réussir exactement 3 lancers ?
 - 4) Quelle est la probabilité de réussir au moins un lancer ?
 - 5) Quelle est la probabilité de réussir plus de 3 lancers ?
 - 6)
 - a) Quelle est l'espérance de X ?
 - b) Combien de lancers faut-il faire pour espérer atteindre deux fois la cible ?
-

Exercice 18

Environ 30 % des jeunes français entre 16 et 18 ans aimeraient participer aux élections.
On choisit au hasard, de façon indépendante 5 jeunes français entre 16 et 18 ans.
Soit X le nombre d'entre eux désirant participer aux élections.

- 1) Quelles sont les valeurs possibles prises par X .
 - 2) Décrire la loi de probabilité de X .
 - 3) Quelle est la probabilité pour qu'exactement deux jeunes souhaitent participer aux élections ?
 - 4) Quelle est la probabilité pour qu'aucun jeune ne souhaite participer aux élections ?
 - 5) Quelle est la probabilité pour qu'au moins un jeune souhaite participer aux élections ?
-

Exercice 19

Au lycée, un quart des élèves aiment le rap.

On interroge au hasard 6 élèves du lycée de façon indépendante.

- 1) Décrire l'épreuve de Bernoulli correspondant à cet énoncé, en particulier les deux issues avec leurs probabilités.
 - 2) Soit X la variable aléatoire comptant de nombre d'élèves interrogés qui aiment le rap.
 - a) Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?
 - b) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? On donnera en particulier ses paramètres.
 - 3) Quelle est la probabilité qu'aucun élève n'aime le rap ?
 - 4) Quelle la probabilité qu'exactement deux élèves aiment le rap ?
 - 5) Quelle est la probabilité pour qu'au moins un élève aime le rap ?
-

Exercice 20

Au lycée, un collègue de français affirme que 60 % des élèves n'aiment pas les mathématiques !
Pour en savoir un peu plus sur cette affirmation, je décide de réaliser une enquête sur 256 élèves.

- 1) Soit X la variable aléatoire comptant les élèves de l'échantillon n'aimant pas les mathématiques. Quelles sont les paramètres de la loi binomiale suivie par X ?
- 2) En vous aidant du tableau ci-dessous, déterminer l'intervalle de fluctuation sur un échantillon de 256 élèves.

| k | $p(X \leq k)$ |
|-----|---------------|
| 130 | 0,0017372349 |
| 131 | 0,0025805064 |
| 132 | 0,0037783353 |
| 133 | 0,0054534946 |
| 134 | 0,0077599638 |
| 135 | 0,0108865110 |
| 136 | 0,0150590721 |
| 137 | 0,0205412692 |
| 138 | 0,0276323719 |
| 139 | 0,0366620495 |
| 140 | 0,0479813954 |
| 141 | 0,0619499498 |
| 142 | 0,0789187924 |
| 143 | 0,0992102055 |
| 144 | 0,1230948897 |
| 145 | 0,1507681790 |
| 146 | 0,1823271014 |
| 147 | 0,2177503816 |
| 148 | 0,2568835324 |
| 149 | 0,2994309849 |
| 150 | 0,3449567591 |
| 151 | 0,3928944949 |
| 152 | 0,4425668197 |
| 153 | 0,4932131117 |
| 154 | 0,5440238398 |

| k | $p(X \leq k)$ |
|-----|---------------|
| 155 | 0,5941789455 |
| 156 | 0,6428872694 |
| 157 | 0,6894238845 |
| 158 | 0,7331624120 |
| 159 | 0,7735999186 |
| 160 | 0,8103727761 |
| 161 | 0,8432627854 |
| 162 | 0,8721938120 |
| 163 | 0,8972200375 |
| 164 | 0,9185075891 |
| 165 | 0,9363117231 |
| 166 | 0,9509518695 |
| 167 | 0,9627867183 |
| 168 | 0,9721911964 |
| 169 | 0,9795367060 |
| 170 | 0,9851754647 |
| 171 | 0,9894292652 |
| 172 | 0,9925825185 |
| 173 | 0,9948791076 |
| 174 | 0,9965223567 |
| 175 | 0,9976773260 |
| 176 | 0,9984746486 |
| 177 | 0,9990152063 |
| 178 | 0,9993750720 |

- 3) Parmi mon échantillon, à mon grand désarroi, 125 élèves n'aimaient pas les mathématiques. C'est énorme !
Mais puis-je mettre en doute l'affirmation de mon collègue de français ?

Exercice 21

De toute évidence les élèves adorent les smartphones. Une vraie drogue pour beaucoup... Ne connaissant pas le pourcentage d'élèves ayant un smartphone, j'ai pris un échantillon de 100 élèves. Parmi eux, 35 avaient un tel appareil.

En utilisant le tableau ci-dessous, déterminer l'intervalle de confiance dans lequel on peut estimer que se trouve la proportion des élèves ayant un smartphone.

| k | $p(X \leq k)$ |
|-----|---------------|
| 18 | 0,0001416624 |
| 19 | 0,0003434856 |
| 20 | 0,0007836153 |
| 21 | 0,0016864456 |
| 22 | 0,0034321279 |
| 23 | 0,0066198956 |
| 24 | 0,0121269687 |
| 25 | 0,0211416237 |
| 26 | 0,0351436765 |
| 27 | 0,0558076747 |
| 28 | 0,0848167491 |
| 29 | 0,1235981111 |
| 30 | 0,1730194879 |
| 31 | 0,2331099956 |
| 32 | 0,3028785418 |

| k | $p(X \leq k)$ |
|-----|---------------|
| 33 | 0,3802907283 |
| 34 | 0,4624317135 |
| 35 | 0,5458364062 |
| 36 | 0,6269243018 |
| 37 | 0,7024489947 |
| 38 | 0,7698708358 |
| 39 | 0,8275849957 |
| 40 | 0,8749772001 |
| 41 | 0,9123219015 |
| 42 | 0,9405698167 |
| 43 | 0,9610861915 |
| 44 | 0,9753974390 |
| 45 | 0,9849871981 |
| 46 | 0,9911612068 |
| 47 | 0,9949808063 |
| 48 | 0,9972517541 |

Exercice 22

Au lycée, 40 % des élèves aiment la série DESPERATE HOUSEWIVES.
Je choisis au HASARD, six élèves de façon indépendante.

Soit X la variable aléatoire comptant les élèves aimant cette série.

- 1) Quelles sont les valeurs possibles prises par X ?
 - 2) X suit une loi de probabilité. Laquelle ? Donner ses paramètres.
 - 3) Quelle est la probabilité qu'aucun élève n'aime cette série ?
 - 4) Quelle est la probabilité qu'exactement deux élèves aiment cette série ?
 - 5) Quelle est la probabilité qu'au moins un élève aime cette série ?
-

Exercice 23

Dans un pays, un quart des habitants ont les yeux bleus. On prend au hasard un échantillon de 100 individus de ce pays. On note f la fréquence des individus de cet échantillon ayant les yeux bleus.

Au seuil de 95 %, à quel **intervalle de fluctuation** appartient f ?

Exercice 24

Dans un très grand lot d'écrous jaunes ou argentés, on souhaite déterminer un intervalle où se situe la proportion d'écrous jaunes (sans avoir à tous les compter...).

On prélève 400 écrous : 150 d'entre eux sont jaunes.

- 1) Quelle est la proportion f d'écrous jaunes dans cet échantillon ?
 - 2) On note p la proportion d'écrous jaunes dans le grand lot. A quel **intervalle de confiance** appartient p (au seuil de 95 %) ?
-

Exercice 25

En France, la fréquence du groupe sanguin O est de 42 %.

Déterminer un intervalle de fluctuation de f au seuil de 95 %, obtenu à l'aide de la loi binomiale dans un échantillon de 100 personnes.

Exercice 26

Walid vient de découvrir la fonction "entier aléatoire" de sa calculatrice.

Il exécute 10 fois de suite cette fonction pour obtenir 10 nombres entiers compris entre 2 et 4 (inclus). On note D la variable aléatoire égale au nombre de 2 obtenus parmi les dix nombres.

- 1) Justifier que D suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
 - 2) Interpréter l'événement " $D = 3$ " puis calculer sa probabilité.
 - 3) Quelle est la probabilité que Walid est obtenu au moins deux fois le nombre 2.
-

Exercice 27

Dans un lecteur de MP3 sont stockés 25 % de morceaux de musique classique parmi un très grand nombre de morceaux.

On extrait aléatoirement une liste de 32 morceaux.

- 1) Déterminer, à l'aide de la loi binomiale, un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence des morceaux de musique classique dans cette liste.
- 2) Comparer l'intervalle trouvé et l'intervalle :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

- 3) On regarde la liste extraite et on constate qu'il y a 15 morceaux de musique classique. Doit-on s'en étonner ?
-

Exercice 28

Exercice 29

Exercice 30

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50