

EXERCICE 2 – géométrie dans l'espace (3 points)

Exercice commun à tous les candidats

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les points $I\left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$, $J\left(\frac{3}{4}; 0; 1\right)$, $K\left(1; \frac{1}{3}; 0\right)$ et $L\left(\frac{1}{4}; 1; 0\right)$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (IK).
2. Démontrer que la droite (JL) a pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}k \\ y = k \\ z = 1 - k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

3. a. Justifier que les droites (IK) et (JL) ne sont pas parallèles.
b. Démontrer que les droites (IK) et (JL) sont sécantes en déterminant les coordonnées de leur point d'intersection.
4. On considère les vecteurs \vec{u} de coordonnées $\left(-1; \frac{1}{2}; 2\right)$ et \vec{v} de coordonnées $\left(1; -\frac{2}{3}; -3\right)$.
 - a. Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{u} + \vec{v}$.
 - b. Que peut-on en déduire sur la position relative de la droite (IK) par rapport au plan P passant par O et de vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{v} ? Justifier votre réponse.