IRIS 2 – préparation au devoir en classe n° 3

EXERCICE 1 – utilisation des tables du formulaire

1. La variable aléatoire X suit la loi de POISSON de paramètre $\lambda = 0{,}5$.
   Déterminer à 0,001 près :
   a. $P(X = 1)$;
   b. $P(X \leqslant 2)$;
   c. $P(X \geqslant 3)$.

2. La variable aléatoire Y suit la loi normale $\mathcal{N}(24\ ;\ 6)$.
   Déterminer à 0,001 près :
   a. $P(Y \leqslant 30)$;
   b. $P(16{,}5 \leqslant Y \leqslant 31{,}5)$;
   c. le nombre b (arrondi à 0,01 près) tel que $P(Y \leqslant b) = 0{,}95$.

EXERCICE 2 – approximation de la loi binomiale par une loi normale

Dans une revue on peut lire : « On estime à 60,5 % le pourcentage de Français partant au moins une fois en vacances dans le courant de l'année. »

On considère 100 personnes prises au hasard, parmi la population française. On peut assimiler ce tirage à un tirage avec remise.

Dans ce qui suit, tous les résultats seront arrondis à 0,001 *près.*

1. On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque prélèvement de 100 personnes associe le nombre de celles qui ne partent pas en vacances dans le courant de l'année. On admet que X suit une loi binomiale.

   a. Préciser les paramètres de la loi binomiale suivie par X. Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement $\{X = 45\}$.
   Pour ce calcul, on prendra $C_{100}^{45} \approx 6{,}145 \times 10^{28}$.

2. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire discrète X par la loi normale de moyenne $m = 39{,}5$ et d'écart-type $\sigma = 4{,}89$. On note Y la variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(39{,}5\ ;\ 4{,}89)$.
   En utilisant cette approximation, calculer :

   a. la probabilité que 45 personnes exactement parmi les 100 ne partent pas en vacances dans le courant de l'année, c'est-à-dire $P(44{,}5 \leqslant Y \leqslant 45{,}5)$;

   b. la probabilité qu'au plus 30 de ces 100 personnes ne partent pas en vacances dans le courant de l'année, c'est-à-dire $P(Y \leqslant 30{,}5)$.